



UNIVERSITÉ DE  
SHERBROOKE



# THÈSE

En vue de l'obtention du  
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Spécialité : Génie Électrique

Et du  
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TUNIS EL MANAR  
Spécialité : Systèmes de Communications

Présentée par

**Wahiba ABID**

---

---

## Récepteurs MIMO massif à complexité réduite en présence d'interférences

---

---

Soutenue le 04 Mars 2021

devant le jury composé de :

M. Ali GHARSALLAH	Professeur, FST, Tunisie	Président
M. Ridha BOUALLEGUE	Professeur, ENIT, Tunisie	Examineur
M. Olivier BERDER	Professeur, Université de Rennes I, France	Examineur
Mme. Inès KAMMOUN	Professeur, ENIS, Tunisie	Rapporteur
M. Éric PLOURDE	Professeur, UdeS, Sherbrooke	Rapporteur
M. Sébastien ROY	Professeur, UdeS, Sherbrooke	Directeur
M. Mohammed Lassaad AMMARI	Professeur, ENISO, Tunisie	Directeur

*À mes parents*



---

# Résumé

Durant ces dernières années, la demande de trafic de données sans fil et le nombre de périphériques connectés ont augmenté de façon exponentielle. Face à ce challenge, il est pratique d'explorer des technologies innovantes qui permettront l'augmentation des capacités des canaux. Le MIMO (multi-input-multi-output) massif est une des technologies prometteuses pour les systèmes cellulaires de prochaine génération 5G. L'idée du MIMO massif est de déployer un grand nombre d'antennes à la station de base pour servir simultanément plusieurs utilisateurs et fournir un gain de diversité élevé. Le MIMO massif peut théoriquement atteindre une amélioration considérable de débit du système, des degrés de liberté et de la fiabilité de la communication. Cependant, il existe plusieurs défis pour la conception de systèmes ayant un grand réseau d'antennes, y compris le traitement du signal à la réception et la gestion des interférences inter-cellulaires.

L'objectif de cette thèse est d'étudier et de proposer des schémas de réception dans un système de communications MIMO massif en liaison montante. Dans ce contexte, le récepteur qui minimise l'erreur quadratique moyenne suscite un grand intérêt puisqu'il permet de réduire les effets des interférences et des évanouissements dus aux trajets multiples. Toutefois, ce récepteur présente une complexité de calcul qui augmente avec le nombre accru d'antennes. Pour pallier ce problème, nous proposons, dans un premier temps, des techniques de détection basées sur le concept multi-couches afin de réduire la complexité tout en limitant les dégradations en termes de performances. L'idée de base des schémas proposés est de subdiviser la matrice d'antennes à grande échelle en un ensemble de sous-groupes d'antennes. Ainsi, une comparaison entre les différentes techniques est menée en termes de performance du taux d'erreur binaire et de complexité pour différentes tailles de sous-groupe.

---

Ce travail présente, dans un second temps, une étude analytique des performances du récepteur proposé s'appuyant sur le concept à deux couches dans un canal à évanouissements de Rayleigh en présence d'interférences entre cellules. En effet, nous analysons le rapport signal-à-bruit-plus-interférence (RSBI) pour le récepteur proposé ainsi que les récepteurs conventionnels, en prenant en compte la puissance des interférants. Par ailleurs, nous étudions l'effet des évanouissements à grande échelle sur les puissances d'interférences résiduelles à la sortie de la première couche de traitement. En se basant sur la théorie des matrices aléatoires, nous dérivons des expressions de la distribution du RSBI à la sortie de la première couche du récepteur proposé. En outre, des expressions analytiques du RSBI moyen et de la capacité ergodique sont déterminées.

**Mots clés :** MIMO massif, interférence, traitement linéaire, MMSE, complexité, TEB, RSBI, capacité.

---

# Abstract

Over the last few years, the demand for wireless data traffic and the number of connected devices have grown exponentially. In order to meet this demand, new technologies are required to improve spectral efficiency. Massive multiple-input multiple-output (MIMO) is now considered as a key enabler for next generation cellular systems. The idea of massive MIMO is to deploy an extensive number of antennas at the base station (BS) to serve multiple users simultaneously. Massive MIMO provides a remarkable improvement in system throughput, degrees of freedom, and communication reliability compared to the contemporary cellular systems. However, there are several challenges for designing large-scale antenna systems, including BS receiver signal processing complexity and inter-cell interference in a multi-cell environment.

The aim of this thesis is to investigate and propose receiver processing schemes for uplink massive MIMO communication systems. In this context, the MMSE receiver is of great interest since it can mitigate co-channel interference (CCI) and multipath fading effects. However, this receiver processing implies a prohibitive computational complexity to bear in a real-time massive MIMO scenario. To overcome this higher complexity, we first propose detection techniques based on the multi-layer concept in order to reduce complexity while limiting degradations in terms of performance. The basic idea of the proposed schemes is to subdivide the large-scale antenna array into a number of subsets of antennas. Therefore, a comparison between the different techniques based on various subset sizes is carried out in terms of BER performance and complexity.

In a second step, the thesis presents an analytical study on the performance of the proposed two-layer linear receiver over Rayleigh fading channels in the presence of inter-cell interference. Taking into account the power received from the interferers, we analyze the output signal-to-noise-and-interference ratio (SINR) for the proposed receiver as well

---

as conventional receivers. Furthermore, we investigate the effects of the shadowing on the residual interference powers at the output of the first processing layer. Based on multivariate statistical theory, we also provide an entirely analytical derivation of the distribution of the output SINR of first-layer processing. Furthermore, analytical expressions on the average uplink SINR and ergodic capacity are derived.

**Keywords :** massive MIMO, interference, linear processing, MMSE, complexity, BER, SINR, sum rate.

---

# Remerciements

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'une thèse en cotutelle internationale pour obtenir le grade de docteur de l'Université de Sherbrooke délivré par la faculté de génie, spécialité électrique et le grade de docteur de l'université de Tunis El Manar délivré par l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, spécialité systèmes de communications. Ce manuscrit présente les travaux réalisés au sein du laboratoire de recherche Innov'COM et l'Institut interdisciplinaire d'innovation technologique - 3IT.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à mes directeurs de recherche, M. Mohamed Lassaad Ammari, professeur à l'ENISO et M. Sébastien Roy, professeur à la faculté de génie, qui m'ont fait l'honneur d'accepter de diriger mes travaux de recherche. Je leur exprime ma profonde gratitude pour leur disponibilité, leur expertise, leur soutien scientifique et moral et la confiance qui m'ont accordée le long de mes études graduées.

Je remercie sincèrement Pr. Sébastien Roy pour son soutien financier permanent qui m'ont permis de mener à bien cette thèse. Je remercie aussi le Ministère Tunisien de l'Enseignement Supérieur pour son appui financier.

Je remercie également M. Ali Gharsallah, professeur à la Faculté des Sciences de Tunis, qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider le jury de thèse de doctorat.

Mes plus vifs remerciements s'adressent aussi aux membres du jury, Professeur Ridha Bouallegue de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, Professeur Olivier Berder de l'Université de Rennes I, Professeure Inès Kammoun de l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax et Professeur Éric Plourde de l'Université de Sherbrooke. Leurs commentaires et leurs suggestions sont très importants pour le développement de mon travail de recherche. Je suis honorée d'avoir un jury d'un tel calibre.



---

J'adresse aussi mes chaleureux remerciements à mes chères amies : Olfa, Kalthoum et Hejer pour leurs encouragements. Je souhaite également remercier toutes les personnes que j'ai connues durant mon séjour au Canada. Merci pour toutes les discussions, les blagues, les événements qu'on a faits ensemble. Cela me permet de garder de beaux souvenirs sur cette période de ma vie.

Je dédie ce travail à mes chers parents, mes soeurs Rim et Inès et mes frères Walid, Tarek et Nabil en témoignage de ma profonde reconnaissance pour leur confiance, leur patience et leur appui moral et financier tout au long de mes études doctorales.

---

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
<b>Liste des acronymes</b>	<b>xiv</b>
<b>Liste des symboles</b>	<b>xvi</b>
<b>I Introduction générale</b>	<b>1</b>
1 Contexte . . . . .	1
2 Motivation . . . . .	2
3 Objectifs et contributions . . . . .	3
4 Organisation de la thèse . . . . .	4
<b>II Revue des concepts de base et des travaux existants</b>	<b>6</b>
1 Introduction . . . . .	6
2 Le canal de propagation . . . . .	6
2.1 Le canal à trajets multiples . . . . .	6
2.2 Évanouissements à grande échelle . . . . .	7
2.3 Évanouissements à petite échelle . . . . .	8

## Table des matières

---

3	Systèmes de transmission multi-antennes . . . . .	9
3.1	Système MIMO multi-utilisateurs (MU-MIMO) . . . . .	9
3.2	Du MU-MIMO vers le MIMO massif . . . . .	10
4	Caractéristiques générales d'un système MIMO massif . . . . .	11
4.1	Intérêt du MIMO massif . . . . .	11
4.2	Quelques défis des transmissions MIMO massif . . . . .	11
4.3	Modèle matriciel d'un système MIMO massif . . . . .	13
4.4	Capacité . . . . .	15
5	Les techniques de réception : Revue de littérature . . . . .	16
5.1	Diversité de réception . . . . .	16
5.1.1	Combinaison par rapport maximal . . . . .	17
5.1.2	Combinaison par sélection . . . . .	17
5.1.3	Combinaison par minimisation de l'erreur quadratique moyenne	18
5.2	Techniques de détection MIMO . . . . .	18
5.2.1	Détection à maximum de vraisemblance . . . . .	18
5.2.2	Détection linéaire . . . . .	19
5.3	Travaux antérieurs sur la détection dans les systèmes MIMO massif	21
6	Conclusion . . . . .	24
<b>III Récepteur S-MMSE pour les systèmes MIMO massif</b>		<b>26</b>
1	Introduction . . . . .	26
2	Modèle du système . . . . .	27
3	Expression analytique du RSBI . . . . .	28
4	Analyse des performances . . . . .	31
4.1	Fonction de densité de probabilité de la borne inférieure du RSBI .	31
4.2	Analyse du taux d'erreur binaire (TEB) . . . . .	37
5	Conclusion . . . . .	40
<b>IV Schémas de réception proposés</b>		<b>42</b>
1	Introduction . . . . .	42
2	Formulation du problème . . . . .	43
2.1	Modèle du système . . . . .	43
2.2	Récepteurs conventionnels . . . . .	43
2.2.1	S-MMSE . . . . .	44
2.2.2	M-MMSE . . . . .	44
3	Récepteur linéaire à 2 couches . . . . .	45

3.1	Principe . . . . .	45
3.2	Algorithmes proposés : M-MMSE/MRC et M-MMSE/M-MMSE . . . . .	46
3.2.1	Première couche de traitement . . . . .	46
3.2.2	Deuxième couche de traitement . . . . .	47
3.3	Analyse de complexité de calcul . . . . .	50
3.4	Évaluation des performances . . . . .	51
4	Récepteur linéaire à multi-couches . . . . .	55
4.1	Principe . . . . .	55
4.2	Algorithme proposé : M-MMSE/M-MMSE/MRC . . . . .	56
4.2.1	Première couche de traitement . . . . .	56
4.2.2	Deuxième couche de traitement . . . . .	57
4.2.3	Troisième couche de traitement . . . . .	58
4.3	Analyse de complexité de calcul . . . . .	58
4.4	Évaluation des performances . . . . .	59
5	Conclusion . . . . .	61
<b>V</b>	<b>Analyse du RSBI et de l'effet des interférences sur le récepteur M-MMSE/MRC</b>	<b>62</b>
1	Introduction . . . . .	62
2	Modèle du système . . . . .	62
3	Analyse du RSBI . . . . .	64
3.1	RSBI du récepteur S-MMSE . . . . .	65
3.2	RSBI du récepteur M-MMSE . . . . .	67
3.3	RSBI du récepteur M-MMSE/MRC . . . . .	67
4	Interférences résiduelles à la sortie de la première couche . . . . .	68
4.1	Interférence intra-cellulaire . . . . .	69
4.2	Interférence inter-cellulaire . . . . .	70
5	Résultats de simulation . . . . .	71
5.1	Effet des interférences intra- et inter-cellulaires . . . . .	74
5.2	Effet des évanouissements à grande échelle . . . . .	74
6	Conclusion . . . . .	76
<b>VI</b>	<b>Capacité du canal MIMO massif avec le récepteur M-MMSE/MRC</b>	<b>77</b>
1	Introduction . . . . .	77
2	Description du système . . . . .	78
3	Analyse statistique du RSBI . . . . .	78
3.1	Fonction de densité de probabilité du RSBI à la sortie du M-MMSE	80

## Table des matières

---

3.1.1	cas 1 : $N > d_s$ . . . . .	81
3.1.2	cas 2 : $N \leq d_s$ . . . . .	84
3.2	RSBI moyen à la sortie du récepteur M-MMSE/MRC . . . . .	86
4	Borne supérieure de la capacité ergodique . . . . .	87
5	Résultats de simulation . . . . .	88
6	Conclusion . . . . .	91
<b>VII Conclusion générale et perspectives</b>		<b>92</b>
1	Conclusion . . . . .	92
2	Perspectives . . . . .	93
<b>Annexes</b>		<b>95</b>
A	Calcul de la puissance des interférences intra-cellulaires résiduelles . . . .	95
B	Calcul de la puissance des interférences inter-cellulaires résiduelles . . . .	98
<b>Références bibliographiques</b>		<b>99</b>
<b>Publications</b>		<b>105</b>

---

## Table des figures

II.1	Quelques configurations d'antenne possibles et des scénarios de déploiement pour une station de base MIMO massif [15]. . . . .	12
II.2	Système multi-cellulaires et multi-utilisateurs . . . . .	13
II.3	Système MIMO massif . . . . .	14
II.4	Système MIMO massif en présence d'interférences . . . . .	15
III.1	Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur $m$ pour $L = 32$ , $M = I = 16$ et $P = 0.05$ . . . . .	35
III.2	Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur $m$ pour $L = 32$ , $M = I = 16$ et $P = 0.3$ . . . . .	36
III.3	Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur $m$ avec $L = 64$ , $M = 16$ , $I = 32$ et pour différentes valeurs du $\frac{P}{\sigma_n^2}$ . . . . .	37
III.4	Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur $m$ pour différentes valeurs de $L$ avec $M = 16$ , $I = 32$ , $P = 0.5$ et RSB= 0dB. . . . .	38
III.5	TEB moyen en fonction du RSB pour un système MIMO massif modulé en DPSK et utilisant le récepteur S-MMSE pour $L = 64$ , $M = 16$ , $I = 32$ et différentes valeurs de $P$ . . . . .	39
III.6	TEB moyen en fonction du RSB pour différents réseaux d'antennes $L$ avec $M = 16$ , $I = 32$ et $P = 0.5$ . . . . .	40
IV.1	Schéma de traitement à deux couches à la station de base du système MIMO massif . . . . .	46

## Table des figures

---

IV.2	TEB en fonction du RSB pour S-MMSE, M-MMSE et M-MMSE/MRC avec $L = 64$ , $M = 8$ et $I = 16$ : (a) CCI à faible puissance, $P_i \in [0.05, 0.3]$ (b) CCI à forte puissance $P_i \in [0.3, 1]$ . . . . .	52
IV.3	TEB en fonction du RSB pour les récepteurs S-MMSE, M-MMSE, M-MMSE/MRC et M-MMSE/M-MMSE pour $L = 120$ , $M = 12$ et $I = 24$ avec $\bar{P} = 0.55$ . . . . .	53
IV.4	Comparaisons des performances en TEB et de la complexité de calcul en fonction du nombre d'antennes $L$ pour tous les récepteurs avec $M = 10$ , $I = 20$ et $P_i = 0.3$ . . . . .	54
IV.5	Schéma de traitement multi-couches à la BS du système MIMO massif . .	55
IV.6	TEB en fonction du RSB pour les récepteurs M-MMSE et M-MMSE/M-MMSE/MRC avec $L = 64$ , $M = 4$ et $I = 8$ . . . . .	60
IV.7	TEB en fonction du nombre d'antennes à la BS $L$ pour les récepteurs M-MMSE et M-MMSE/M-MMSE/MRC pour $M = 10$ , $I = 20$ avec $P_i \in [-6, -3, -1, 0, 1, 3, 10, 20]dB$ et RSB = -10dB. . . . .	60
V.1	RSBI par simulation et expression analytique en fonction du nombre d'antennes à la BS ( $M = 10$ , $I = 20$ , RSB = 10 dB, $\bar{\beta}_m = 1$ and $P_0 = P_I = 10$ dB) .	73
V.2	Puissance des interférences résiduelles simulée et analytique en fonction de la taille du sous-groupe pour $L = 48$ , $M = 5$ et $I = 10$ pour $P_0\bar{\beta}_m = 10$ , $P_I\bar{\beta}_i = 0.5$ , $\sigma_{sh} = 8$ dB et $E_b/N_0 = 15$ dB. . . . .	74
V.3	CDF de la puissance d'interférence (a) cas sans évanouissements à grande échelle, (b) cas avec évanouissements à grande échelle . . . . .	75
VI.1	FDP de $\gamma_{mk}$ pour $L = 48$ , $M = 5$ , $I = 15$ , $\beta = 0.5$ et RSB = 10 dB pour différentes valeurs de $N = \{8, 12, 16, 24\}$ . . . . .	89
VI.2	RSBI moyen en fonction du nombre d'antennes $L$ pour $M = 5$ , $I = 15$ , $\beta = 0.5$ et RSB = 10 dB pour différentes valeurs de $N$ . . . . .	90
VI.3	Capacité en fonction du facteur d'interférence inter-cellulaires $\beta$ pour $L = 96$ , $M = 10$ , $I = 20$ et RSB = 15 dB. . . . .	90

---

## Liste des tableaux

II.1	Comparaison performance/complexité des différents récepteurs MIMO massif . . . . .	24
IV.1	Complexité de calcul des différentes techniques de réception . . . . .	51
IV.2	Complexité de calcul du récepteur M-MMSE/M-MMSE/MRC . . . . .	59
V.1	Paramètres des canaux simulés. . . . .	71



---

## Liste des acronymes

<b>AWGN</b>	Additive White Gaussian Noise
<b>BER</b>	Binary Error Rate
<b>BS</b>	Base Station
<b>CAGR</b>	Compound Annual Growth Rate
<b>CCI</b>	Co-Channel Interference
<b>CDF</b>	Cumulative Distribution Function
<b>COI</b>	Cell of Interest
<b>CSI</b>	Channel State Information
<b>DPSK</b>	Differential Phase Shift Keying
<b>EB</b>	Exabytes
<b>FDP</b>	Fonction de Densité de Probabilité
<b>IC</b>	Interference Cancellation
<b>IES</b>	Interference Entre Symbole
<b>i.i.d.</b>	Indépendants et Identiquement Distribués
<b>LSAS</b>	Large Scale Antennas Systems
<b>LTE</b>	Long Term Evolution
<b>LTE-A</b>	Long Term Evolution Advanced
<b>MAP</b>	Maximum a Posteriori
<b>MC</b>	Monte-Carlo
<b>MF</b>	Matched Filter
<b>MIMO</b>	Multiple Input Multiple Output
<b>ML</b>	Maximum Likelihood
<b>MMSE</b>	Minimum Mean Square Error
<b>M-MMSE</b>	Multi-cell MMSE
<b>MRC</b>	Maximum Ratio Combining
<b>MU-MIMO</b>	Multi-User Multiple Input Multiple Output
<b>NCFSK</b>	Non Coherent Frequency Shift Keying
<b>OC</b>	Optimum Combining
<b>PDF</b>	Probability Density Function

<b>QAM</b>	Quadrature Amplitude Modulation
<b>RF</b>	Radio Frequency
<b>RSB</b>	Rapport Signal-à-Bruit
<b>RSBI</b>	Rapport Signal-à-Bruit-plus-Interférence
<b>SC</b>	Selection Combining
<b>SD</b>	Sphere Decoding
<b>SDMA</b>	Space Division Multiple Access
<b>SE</b>	Spectral Efficiency
<b>SINR</b>	Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio
<b>S-MMSE</b>	Single Cell MMSE
<b>SNR</b>	Signal-to-Noise Ratio
<b>TDD</b>	Time Division Duplex
<b>TEB</b>	Taux d'erreur binaire
<b>WiFi</b>	Wireless Fidelity
<b>ZF</b>	Zero Forcing
<b>V-BLAST</b>	Vertical Bell Labs Layered Space-Time
<b>VNI</b>	Visual Networking Index

---

# Liste des symboles

$x$	Scalaire
$\mathbf{x}$	Vecteur
$\mathbf{X}$	Matrice
$[\mathbf{X}]_{ij}$	L'élément $(i, j)$ de la matrice $X$
$\mathbf{X}^*$	Matrice conjuguée de $X$
$\mathbf{X}^T$	Matrice transposée de $X$
$\mathbf{X}^H$	Matrice transposée conjuguée ou hermitienne de $X$
$\mathbf{X}^{-1}$	Matrice inverse de $X$
$\mathbf{X}^\dagger$	Matrice pseudo-inverse de $X$
$ \mathbf{x} $	Module du vecteur $x$
$\ x\ ^2$	Norme euclidienne du vecteur $x$
$\ \mathbf{X}\ _F^2$	Norme de Froebenius de la matrice $X$
$\mathbb{E}\{Y\}$	Espérance mathématique de la variable aléatoire $Y$
$\mathbb{E}_X\{Y\}$	Espérance mathématique de la variable aléatoire $Y$ en considérant seulement la variable $X$ aléatoire
$\text{var}(X)$	Variance de la variable aléatoire $X : \mathbb{E} X - \mathbb{E}(X) $
$\langle x, y \rangle$	Produit scalaire de $x$ et $y$
$\mathbf{I}_N$	Matrice identité de taille $N \times N$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Loi normale de moyenne $\mu$ et de variance $\sigma^2$
$\mathcal{CW}_m(n, \Sigma)$	Loi de Wishart de degrés de liberté $n$ et de matrice de covariance $\Sigma$
$\chi_n^2$	Loi du Chi-carré à $n$ degrés de liberté
$u(\cdot)$	Fonction échelon de Heaviside
$\Gamma(\cdot)$	Fonction Gamma
$B(x, y)$	Fonction bêta
$\Psi(a, b; z)$	Fonction de Tricomi
${}_2F_1(a, b; c; z)$	Fonction hypergéométrique de Gauss

## Variables utilisées

$B$	Nombre de cellules
$L$	Nombre d'antennes à la BS
$M$	Nombre d'utilisateurs actifs
$N_t$	Nombre d'antennes à chaque terminal utilisateur
$I$	Nombre d'utilisateurs inconnus (CCI interférence)
$N$	Nombre d'antennes dans chaque sous-groupe
$\mathbf{H}$	Matrice de canal des $M$ utilisateurs
$\mathbf{H}'$	Matrice de canal des $I$ interférants
$\mathbf{W}$	Matrice de filtre de réception
$\mathbf{R}$	Matrice de covariance
$\mathbf{x}$	Signal reçu par la BS
$\mathbf{s}$	Signal transmis
$\mathbf{n}$	Bruit AWGN
$\sigma_n^2$	Variance du bruit
$\sigma_s^2$	Variance de signal
$P_0$	Puissance moyenne reçue de chaque utilisateur actif
$P_i$	Puissance reçue du $i$ -ème interférant
$w_i$	Coefficient de pondération
$\gamma_c$	Rapport signal-à-bruit
$h_{ji}$	Coefficient de canal
$\mathbb{A}$	La constellation
$\lambda_0$	Longueur d'onde du signal
$r$	Distance entre l'émetteur et le récepteur
$r_0$	Distance de référence
$\nu$	Exposant d'affaiblissement



---

---

# Chapitre I

---

## Introduction générale

### 1 Contexte

Au cours de ces dernières années, le trafic de données multimédia transmis par les réseaux mobiles mondiaux est en plein essor. En effet, la croissance du trafic est principalement due à la prévalence des dispositifs de communication sans fil. Cela est marqué par l'augmentation massive de l'utilisation des smartphones, des ordinateurs portables et des tablettes, ainsi que par l'émergence de communications machine-to-machine (M2M). En outre, la conception des systèmes de communication sans fil est fortement limitée par le spectre radio, qui est fixé par une charte d'allocation de fréquence.

Malgré les innovations récentes des standards et des débits et la multitude des systèmes de transmission multi-utilisateurs apportant des débits importants (e.g., 3G, UMTS, 4G, LTE, LTE-A), l'étude de développement d'une nouvelle génération de communication mobile, la cinquième génération (5G), est nécessaire pour répondre à l'augmentation de la demande par une augmentation de capacité des réseaux sans fil. Le 5G devra fournir des débits supérieurs à 10 Gbit/s, des latences inférieures à une milliseconde et une autonomie pouvant atteindre plusieurs jours. Concernant le trafic de données, le débit (bits/s) est souvent considéré comme le principal indicateur de performance d'une connexion au réseau internet.

Il est clair que pour améliorer le débit, certaines nouvelles technologies qui peuvent augmenter la bande passante ou l'efficacité spectrale ou les deux devraient être exploitées. Dans cette thèse, nous nous concentrons sur des techniques qui améliorent l'efficacité spectrale. La technologie la plus probante pour augmenter l'efficacité spectrale consiste à déployer des antennes multiples sur les émetteurs-récepteurs. La technologie multi-antennes est une solution ayant des impacts importants sur l'évolution des

systèmes de communications à large bande sans fil. Ces systèmes MIMO ont déjà été employés dans les standards existants comme LTE, LTE-A et IEEE 802.16m. Il a été démontré que l'utilisation d'un grand nombre d'antennes à l'émission et à la réception améliore significativement les performances du système en termes de débit de données et de fiabilité de liaison.

## 2 Motivation

Durant ces dernières années, une idée consiste à étendre les avantages des systèmes MIMO à des scénarios multi-antennes à grande échelle, également connue sous le nom « MIMO massif », pour améliorer les performances des réseaux sans fil. Le MIMO massif repose sur l'usage des grands réseaux d'antennes sous la supposition que le nombre d'antennes à la station de base (BS - base station) est très élevé par rapport au nombre d'antennes des utilisateurs à servir simultanément. Cette approche, introduite par Marzetta en 2010 [1], a depuis lors, reçu un grand intérêt de recherche et est considérée une technologie caractéristique des systèmes cellulaires de la cinquième génération (5G). Les systèmes MIMO massif permettent une rupture nette avec les approches de transmission actuelles grâce à l'exploitation d'un grand nombre d'antennes (quelques dizaines à quelques centaines) et à la technique de duplex par séparation temporelle (TDD : Time-Division Duplex). Ils présentent des avantages considérables par rapport aux systèmes MIMO conventionnels : transmission ultra-directive, réduction des interférences, utilisation de composantes basses puissances. Toutefois, le prix à payer est une complexité matérielle accrue (nombre d'amplificateurs radio fréquence (RF - radio frequency)), une complexité numérique élevée (algorithmes de traitement du signal) et une grande consommation énergétique.

Parmi les dispositifs des systèmes MIMO massif figurent les terminaux utilisateurs, les tablettes et les stations de base qui pourraient être équipés d'un certain nombre d'antennes avec un ordre de grandeur supérieur aux dispositifs actuels. Les réseaux MIMO massif intègrent les éléments suivants : antennes, composants électroniques, architectures réseau, protocoles et traitement du signal. Par conséquent, l'implémentation de systèmes MIMO à grande échelle dans des terminaux compacts fait face à un certain nombre de défis techniques significatifs, y compris le traitement du signal reçu par la BS, la taille du réseau d'antennes et la gestion des interférences dans un environnement multicellulaire. Particulièrement, la complexité numérique et la faisabilité matérielle devraient également être prises en compte dans la conception de ces nouvelles plates-formes.

### 3 Objectifs et contributions

Le sujet de thèse porte sur la conception et l'étude des techniques de réception adaptables au grand nombre d'antennes, efficaces et à faible complexité, en tenant compte du fait que l'interférence multi-utilisateur est la principale limite à la capacité des systèmes cellulaires. Notre objectif principal est de proposer des schémas de détection pour les systèmes MIMO massif permettant de réduire l'effet d'interférences inter-cellulaires. Nous proposons aussi d'étudier les performances des méthodes proposées en termes du taux d'erreur binaire (TEB ou BER - bit error rate), du rapport signal-à-bruit-plus-interférence (RSBI ou SINR signal-to-interference plus-noise ratio) et de la capacité. L'analyse analytique permettra de consolider les résultats obtenus par les simulations numériques. Étant donné la taille du réseau d'antennes, l'étude détaillée de la performance d'un système de communication MIMO massif en liaison montante (uplink) représente un défi important qui souligne l'originalité de cette thèse.

Par ailleurs, les contributions de la thèse sont regroupées en trois grands axes :

- **Schémas de réception adaptables au grand nombre d'antennes et atteignant le compromis entre performance et complexité**

Les architectures de réception s'appuyant sur le concept à deux couches ont été étudiées seulement dans le contexte des systèmes MIMO classiques. L'idée de ce travail consiste à adapter ces architectures aux systèmes MIMO massif. Nous développons ainsi de nouvelles stratégies de traitement du signal à la réception à complexité réduite. En effet, leur originalité réside dans l'implémentation des techniques linéaires dans le schéma de réception s'appuyant sur le concept à multi-couches.

- **Performance du récepteur proposé en présence d'interférences**

La gestion des interférences dans un environnement multi-cellulaire suscite un intérêt particulier. En effet, les performances du système sont limitées par les interférences inter-cellulaires. Nous proposons ainsi de combattre l'effet de ces interférences en tenant compte des canaux d'interférants dans le calcul des vecteurs de poids du filtre de réception. Nous étudions les performances des techniques proposées dans des canaux MIMO massif à évanouissements à petite et à grande échelle.

- **Capacité du canal MIMO massif avec le récepteur proposé**

La technologie MIMO massif implique des réseaux très larges en ce qui concerne le nombre d'utilisateurs, le nombre de stations de base et le nombre d'antennes. La plupart des outils analytiques utilisés aujourd'hui ont été développés à l'origine



pour l'analyse des communications point à point ou pour des systèmes MIMO conventionnels. Ce n'est donc pas surprenant que ces outils ne permettent pas d'analyser un tel système MIMO massif. La détermination du RSBI et ses propriétés statistiques semble être non-triviale. En effet, la difficulté des calculs mathématiques est due au fait que les matrices de covariance des interférences sont des matrices de Wishart singulières et que les théorèmes de la théorie des matrices aléatoires ne sont plus applicables. Nous proposons ainsi des approximations analytiques et des bornes supérieures pour la fonction de densité de probabilité (FDP ou PDF - probability density function) du RSBI à la sortie de la première couche. Nous dérivons ensuite des expressions exactes du RSBI moyen et de la capacité.

## 4 Organisation de la thèse

Le présent chapitre consiste à introduire le projet de recherche en décrivant le contexte général et la motivation et en déterminant l'objectif et les contributions ainsi que l'organisation du document.

Le deuxième chapitre introduit le cadre de référence en décrivant brièvement les notions nécessaires au projet. Nous rappelons d'abord quelques notions sur le canal radio mobile. Ensuite, nous nous intéressons aux systèmes de transmission multi-antennes en mettant l'accent sur les avantages apportés en passant vers le scénario MIMO massif. Par la suite, à travers une emphase sur des travaux et des références récentes, nous étudions les techniques de détection dans les systèmes MIMO. Une attention particulière est portée aux algorithmes applicables aux systèmes MIMO à grande échelle. Une comparaison qualitative entre les différentes techniques de détection est fournie dans ce chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à l'analyse des performances du récepteur S-MMSE dans un canal MIMO massif de Rayleigh non corrélé en présence d'interférences inter-cellulaires. Des expressions analytiques de la densité de probabilité du RSBI et de la probabilité d'erreur moyenne ont été dérivées.

Le quatrième chapitre propose des techniques de détection pour les systèmes MIMO massif permettant d'atteindre un compromis entre la complexité et la performance. Nous exposons des algorithmes basés sur le concept à deux couches et à multi-couches. La performance des systèmes MIMO massif dans un canal de Rayleigh en présence d'interférences est mesurée en fonction du TEB par la méthode Monte-Carlo. Une analyse de la complexité numérique des algorithmes proposés est fournie afin de montrer les avantages de nos techniques.

Le cinquième chapitre étudie, dans sa première partie, les performances en termes du RSBI à la sortie du récepteur proposé s'appuyant sur le concept à deux couches. Une comparaison entre les récepteurs conventionnels et le récepteur proposé est établie selon différents scénarios en prenant en compte la puissance reçue des interférants des autres cellules. Dans le deuxième volet, nous caractérisons les interférences résiduelles à la sortie de la première couche du récepteur. Des expressions exactes des puissances des interférences intra- et inter-cellulaires sont dérivées.

Le sixième chapitre est consacré à l'analyse analytique de la capacité ergodique du canal MIMO massif. Nous étudions en détail les statistiques du RSBI, y compris sa fonction de densité de probabilité et le RSBI moyen en sortie du récepteur MMSE/MRC. Nous étudions également les effets de l'augmentation du nombre d'antennes à la BS et la taille du sous-groupe sur la capacité de système.

Nous clôturons ce mémoire par une conclusion générale et quelques perspectives.

---

---

# Chapitre II

---

## Revue des concepts de base et des travaux existants

### 1 Introduction

Ce chapitre présente une revue de littérature pertinente à notre recherche afin de comprendre l'intérêt porté au concept du MIMO massif et son impact dans les futurs réseaux de 5e génération (5G). Tout d'abord, nous introduisons le cadre de référence en décrivant brièvement les notions nécessaires au projet. Nous décrivons le canal radio mobile et les différentes caractéristiques qui y sont associées. Nous nous intéressons également aux systèmes de transmission multi-antennes ainsi qu'aux différents algorithmes de détection. Ensuite, nous mettons l'accent sur la détection dans les systèmes MIMO massif à travers une synthèse des travaux récents.

### 2 Le canal de propagation

Le canal de propagation établit le lien entre l'émetteur et le récepteur pour permettre le transfert de l'information entre les deux. La mobilité de l'émetteur-récepteur et la nature du canal confèrent des limites aux performances d'un système de communication radio, qui sont principalement dues aux facteurs physiques tels que le bruit et les évanouissements causés par la propagation à trajets multiples [2, 3].

#### 2.1 Le canal à trajets multiples

Dans les secteurs urbains, la propagation d'ondes électromagnétiques est sévèrement obstruée par des bâtiments, des arbres, des véhicules, etc. Ainsi, il n'y a aucun trajet di-

rect et la transmission d'un signal se fait généralement en empruntant d'autres trajets à visibilité indirecte. L'onde relie les terminaux à la BS via plusieurs trajets dus aux principaux phénomènes de propagation [4] :

- La réflexion : ce phénomène se produit lorsque l'onde rencontre une surface plane dont la dimension  $\Delta$  est grande devant la longueur d'onde du signal  $\lambda_0$ , i.e.,  $\Delta \gg \lambda_0$ .
- La diffraction : ce phénomène se produit lorsque l'onde rencontre un objet de forme aiguë (typiquement une arête ou une bordure) de dimension  $\Delta$  nettement supérieure à la longueur d'onde  $\lambda_0$ , i.e.,  $\Delta \approx \lambda_0$ .
- La diffusion : l'onde est déviée dans diverses directions lorsqu'elle rencontre un obstacle dont la surface n'est pas parfaitement lisse et la taille est inférieure ou égale à sa longueur d'onde  $\lambda_0$ , i.e.,  $\Delta \ll \lambda_0$ .

Le signal reçu est donc la superposition de plusieurs répliques de l'onde émise venues de directions différentes. Dans certain cas où l'émetteur et le récepteur ne sont pas en vue directe, la propagation par trajets multiples atténue le problème de la couverture radio en assurant la continuité de la liaison. Cependant, cette propagation engendre des difficultés au niveau du récepteur, étant donné que les signaux émis sont sujets à des variations d'amplitude et de délai de propagation au cours du temps. Ceci se manifeste par des variations de la puissance reçue et des évanouissements (fading) [2]. Les évanouissements sont classifiés en deux types : les évanouissements à grande échelle et les évanouissements à petite échelle.

## 2.2 Évanouissements à grande échelle

Les évanouissements à grande échelle se traduisent par l'atténuation de la puissance moyenne du signal reçu sur un intervalle de temps suffisamment grand. Cette atténuation inclut l'affaiblissement de parcours et l'effet de masque.

**Affaiblissement de parcours (path loss) :** Cet effet correspond à l'affaiblissement de la puissance de l'onde électromagnétique dû à sa propagation en espace libre et la dispersion de l'énergie transmise. Cet affaiblissement augmente en fonction de la distance entre l'émetteur et le récepteur (notée  $r$ ) et peut donc être mesuré (en dB) en utilisant le modèle log-distance [2, 5] :

$$PL(r) = PL_0 + 10n \log \left( \frac{r}{r_0} \right), \quad r > r_0 \quad (\text{II.1})$$

où  $r_0$  est la distance de référence,  $\nu$  est l'exposant d'affaiblissement et  $PL_0$  désigne l'atténuation dû à l'affaiblissement à la distance  $r_0$ .

**Effet de masque (shadowing) :** L'effet de masque est un phénomène d'atténuation de la puissance reçue à cause des obstacles rencontrés. Le modèle log-distance pour la perte de puissance, décrit par l'équation (II.1), ne tient pas compte du fait que pour une même distance  $r$ , les effets de l'environnement peuvent changer d'un endroit à l'autre. Des mesures ont permis de modéliser l'affaiblissement à une distance  $r$  comme une variable aléatoire (v.a.) de distribution log-normale comme suit [2, 6] :

$$PL(r) = PL_0 + 10\nu \log\left(\frac{r}{r_0}\right) + X_\sigma, \quad r > r_0 \quad (\text{II.2})$$

où  $X_\sigma$  est une v.a. reflétant la nature aléatoire de l'effet de masque. Cette variable est distribuée selon une loi normale de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma$  en dB, résultant en une distribution log-normale de la puissance reçue en Watt.

### 2.3 Évanouissements à petite échelle

Ces évanouissements se caractérisent par les fluctuations rapides de l'amplitude et de la phase du signal reçu sur un court intervalle de temps ou sur un court déplacement, où les évanouissements à grande échelle peuvent être négligés. Ces fluctuations résultent des délais de propagation par trajets multiples. En particulier, ces délais provoquent la dispersion en temps du signal reçu. Aussi, en raison du déplacement des objets environnants, le signal reçu subit une variation de la fréquence par l'effet Doppler résultant en un canal sélectif en temps [6]. Mathématiquement, ce canal peut par exemple être modélisé par un canal stochastique suivant une distribution de Rayleigh.

**Canal de Rayleigh :** Ce canal théorique est un modèle statistique souvent utilisé en milieux urbains denses où il n'existe pas de trajet direct entre l'émetteur et le récepteur. Chaque trajet  $l$  se caractérise par les coefficients complexes du canal donnés par  $h_l = \alpha_l \exp(j\theta_l)$ , avec  $\alpha_l = |h_l|$  et  $\theta_l$  sont respectivement les coefficients d'atténuation et la phase du trajet d'indice  $l$ . La phase  $\theta_l$  est une v.a. uniformément distribuée sur  $[0, 2\pi]$ , tandis que le module  $\alpha_l$  suit généralement une loi de Rayleigh de paramètre  $\sigma$  dont chaque coefficient du canal est indépendant et identiquement distribué (i.i.d.). Sa densité

de probabilité est donc donnée par :

$$f_{\alpha_l}(\alpha_l) = \frac{\alpha_l}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-\alpha_l^2}{2\sigma^2}\right), \quad \alpha_l \geq 0. \quad (\text{II.3})$$

## 3 Systèmes de transmission multi-antennes

### 3.1 Système MIMO multi-utilisateurs (MU-MIMO)

La technologie MIMO repose sur l'utilisation des antennes multiples pour transmettre simultanément de multiples flux de données dans des systèmes de communication sans fil [7, 8]. Cette technique consiste à exploiter la dimension spatiale et à exploiter les trajets multiples plutôt que les supprimer afin d'améliorer les performances et/ou le débit de transmission. En effet, il peut y avoir simultanément gain de diversité et gain de multiplexage spatial. Sachant que la maximisation de l'un n'implique pas la maximisation de l'autre, un compromis doit être établi entre les deux [9]. En effet, grâce à l'apport de la diversité spatiale, les systèmes MIMO permettent d'améliorer la qualité du lien en s'affranchissant des évanouissements des canaux. Le gain en diversité améliore la performance en probabilité d'erreur. D'autre part, grâce au multiplexage spatial, les systèmes MIMO permettent d'augmenter le débit sans augmenter la bande passante ou la puissance d'émission. Le gain en multiplexage améliore linéairement la capacité. En outre, la technique de beamforming, qui consiste à orienter un signal vers une direction spécifique, permet d'envoyer un signal de meilleure qualité au récepteur et de réduire les interférences entre utilisateurs.

Lorsque les techniques MIMO sont utilisées pour communiquer avec plusieurs terminaux en même temps, on parle alors de MU-MIMO, comme multi-user MIMO [10]. Les utilisateurs sont servis simultanément par la BS en utilisant la technique SDMA (space-division multiple access). Du coup, des équipements coûteux ne sont nécessaires qu'à la BS. Par contre, les terminaux utilisateurs peuvent être équipés d'une seule antenne peu coûteuse. Dans les systèmes cellulaires, le MU-MIMO apporte des améliorations :

- *Augmentation des débits des données* : étant donné le nombre important d'antennes, plus de flux de données indépendants peuvent être envoyés et donc plus de terminaux peuvent être servis simultanément.
- *Une meilleure fiabilité* : étant donné le plus grand nombre d'antennes, le signal radio peut se propager via plus de trajets distincts.
- *Amélioration de l'efficacité énergétique* : parce que la BS peut focaliser l'énergie émise

dans des directions spatiales où elle sait que les terminaux sont situées.

- *Réduction des interférences* : la BS peut éviter à dessein de transmettre dans des directions où la propagation des interférences serait néfaste.

Toutes les améliorations ne peuvent être atteintes simultanément. Il y a des exigences sur les conditions de propagation.

### 3.2 Du MU-MIMO vers le MIMO massif

La technologie MU-MIMO est en pleine évolution et a été incorporée dans les normes récentes Wi-Fi haut débit comme le 4G LTE et LTE-Advanced (LTE-A) [11]. Afin de faire face à cette évolution des systèmes de communication, une nouvelle technologie radio, telle que les réseaux massifs d'antennes, émerge comme une technologie prometteuse pour la 5G. L'idée est l'exploitation de la dimension spatiale, introduisant ainsi un plus grand degré de liberté et stimulant le principe de la transmission simultanée par multiplexage spatial. Utiliser des grands réseaux d'antennes sous la supposition que le nombre d'antennes à la BS est très élevé par rapport au nombre d'utilisateurs à servir simultanément, peut être considéré comme un concept-clé pour la transmission MIMO massif.

L'idée des transmissions MIMO massif (massive MIMO en anglais, aussi connues sous les appellations "LS-MIMO comme large-scale MIMO" ou "LSAS comme large scale antennas systems") a été introduite par T. L. Marzetta dans [1]. Le MIMO massif est considéré comme l'une des technologies clés dans la communication 5G, qui fait une rupture nette avec les technologies courantes par l'utilisation d'un large excès d'antennes à la BS dans le but d'améliorer les performances en capacité, en particulier pour les normes futures TDD.

Grâce au MIMO massif, le système multi-cellulaire peut équiper des réseaux avec des centaines d'antennes à chaque BS et servant simultanément des dizaines de terminaux dans les mêmes ressources temps/fréquence [1, 12]. Vu qu'un système MIMO massif s'appuie sur la technique de multiplexage spatial, il est nécessaire d'avoir une bonne connaissance du canal, sur les liaisons montante et descendante. Le mode de transmission en TDD est donc préférable, afin d'exploiter l'hypothèse de la réciprocité du canal. Plus précisément, dans la transmission en liaison montante, les terminaux utilisateurs transmettent des séquences pilotes orthogonales et ensuite la BS estime la réponse du canal et conçoit la matrice de précodage qui sera utile pour la transmission en liaison descendante [13].

## 4 Caractéristiques générales d'un système MIMO massif

### 4.1 Intérêt du MIMO massif

Il est nécessaire de noter que les avantages du MIMO massif viennent du fait que le nombre d'antennes à la BS est beaucoup plus élevé que l'ensemble des antennes des utilisateurs d'intérêt [14–17]. Les antennes supplémentaires apportent des améliorations considérables au niveau du débit et de l'efficacité énergétique rayonnée, grâce à la concentration de l'énergie sur des régions plus petites. De plus, l'augmentation du nombre d'antennes introduit un plus grand degré de liberté et offre plus de possibilités de réduire les perturbations liées aux bruits et aux interférences dans un canal radio. Les autres avantages du MIMO massif incluent :

- l'utilisation de composantes basses puissances et peu coûteuses : Le MIMO massif repose sur l'utilisation des centaines d'amplificateurs à faible consommation ayant une puissance en sortie de quelques milliwatts. Par conséquent, les connecteurs d'alimentation tels que les câbles coaxiaux, utilisés dans la BS et ayant plus de quatre centimètres de diamètre, peuvent être éliminés. De plus, le MIMO massif réduit les contraintes de précision et de linéarité de chaque amplificateur et de chaque chaîne RF [15].
- une latence réduite : dans une communication sans fil, à cause de la propagation multi-trajets, l'évanouissement se traduit par une variation de la puissance reçue en fonction de la distance parcourue, ce qui introduit un temps de latence et donc dégrade les performances du système. En MIMO massif, l'application de la loi forte des grands nombres montre que les perturbations dues à l'évanouissement peuvent être éliminées [1], de sorte que l'évanouissement n'affecte plus la latence [15].

Toutefois, le MIMO massif suscite un fort intérêt pour le développement des réseaux à haut débit (fixes et mobiles) qui seront sécurisés, robustes, ayant une meilleure efficacité énergétique et utilisant le spectre radio de façon efficace. La figure II.1 illustre des nombreuses configurations différentes et des scénarios de déploiement pour les réseaux d'antennes actuels utilisés par un système MIMO massif.

### 4.2 Quelques défis des transmissions MIMO massif

• **Contamination de pilotes** : Dans les systèmes multi-cellulaires, il est nécessaire de réutiliser les mêmes séquences pilotes orthogonales dans les cellules adjacentes, étant donné la limitation de l'intervalle de cohérence du canal. Par conséquent, le canal estimé



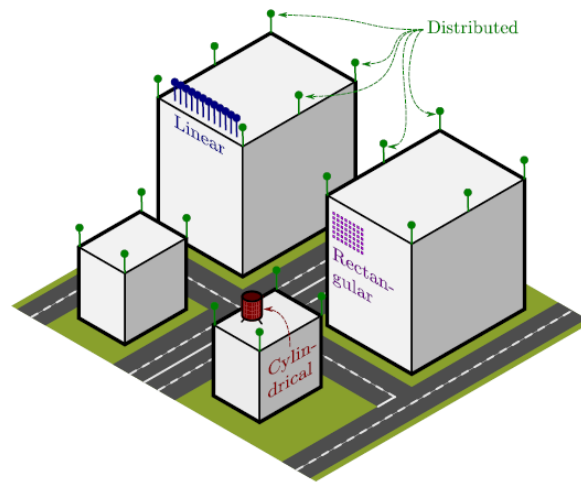


FIGURE II.1 – Quelques configurations d’antenne possibles et des scénarios de déploiement pour une station de base MIMO massif [15].

par la BS dans la cellule d’intérêt (COI - cell of interest) est contaminé par des séquences pilotes identiques provenant d’autres utilisateurs d’autres cellules. Ce phénomène appelé contamination de pilotes devient problématique en MIMO massif et réduit sensiblement les performances du système. En effet, étant donné que la BS dans la COI reçoit une somme des séquences pilotes identique, la focalisation du faisceau vers l’utilisateur ciblé sur la liaison descendante entraîne une perte d’énergie et la création d’interférences au niveau d’autres utilisateurs hors cellule. Ceci est dû au fait que la BS perçoit l’utilisateur comme étant à plusieurs endroits et répartit ensuite l’énergie vers l’ensemble. Par conséquent, l’utilisation d’un très grand nombre d’antennes à la BS permet d’introduire plus d’interférences [12, 15].

Dans ce contexte, on trouve plusieurs travaux permettant d’atténuer l’effet de ce phénomène. La décontamination de pilotes, ainsi que les méthodes de précodage adaptées à la structure des cellules sont proposées dans [18, 19].

•**Conditions favorables de propagation :** Le MIMO massif repose notamment sur la propriété de l’environnement radio appelée "condition favorable de propagation" [1, 12]. Autrement dit, les réponses des canaux de propagation de la BS destinées aux terminaux utilisateurs sont suffisamment différentes entre elles pour être séparables. Cependant, en réalité, le canal rencontré est différent du canal estimé à cause de la mobilité des terminaux ou encore le changement des caractéristiques du canal de transmission, comme l’entrée d’un nouvel obstacle dans l’environnement. Dans ces conditions, les interférences inter-utilisateurs persistent et peuvent affecter dramatiquement la transmission.

D'autres problématiques sont liées à cette technologie innovante, notamment les divers scénarios d'implémentation pratique, la complexité matérielle et le coût du traitement de signal. Les défis posés par les systèmes MIMO massif et qui nécessitent une attention particulière sont :

- la conception de modulation à faible complexité;
- la conception de pré-codage pratique;
- la conception d'algorithmes de détection efficaces et à faible complexité;
- l'atténuation de la contamination par pilote pour les systèmes multi-cellulaires;
- la conception de systèmes MIMO massif distribués;
- le développement de méthodologies d'évaluation de performances.

Par conséquent, des nouvelles normes sont nécessaires pour la mise en oeuvre de la technologie MIMO massif, prometteuse pour la "5G". Ceci nécessite un énorme effort de la part des universités ainsi que des industries. Un grand intérêt a été accordé à la conception des algorithmes de réception à faible coût/complexité matérielle. C'est dans ce cadre que s'inscrit ce présent sujet de recherche.

### 4.3 Modèle matriciel d'un système MIMO massif

• **Scénario sans interférences :** Nous considérons un système multi-cellulaires et multi-utilisateurs constitué de  $B$  cellules, de  $M$  utilisateurs et de  $N_t$  antennes par utilisateur. Chaque station de base MIMO massif est équipée de  $L$  antennes avec ( $L \gg MN_t$ ) (voir figure II.2).

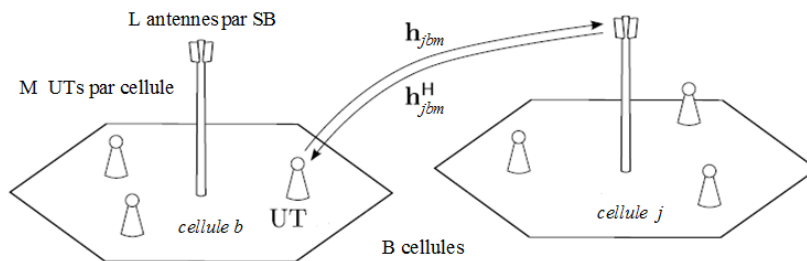


FIGURE II.2 – Système multi-cellulaires et multi-utilisateurs

Sur la liaison montante, le signal  $\mathbf{x}$  reçu par la BS s'exprime sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^M \mathbf{H}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{n}, \quad (\text{II.4})$$

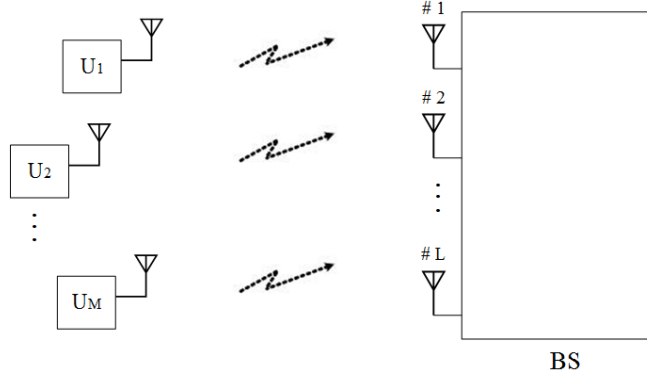


FIGURE II.3 – Système MIMO massif

où  $\mathbf{H}_k$  représente la matrice de canal de taille  $L \times N_t$ , définie par l'ensemble des coefficients d'évanouissements  $h_{lm_t}$  :

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n_t} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{l1} & \cdots & h_{ln_t} \end{bmatrix}, \quad (\text{II.5})$$

et

$$\mathbf{s}_k = [s_1, \dots, s_{N_t}]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}, \quad (\text{II.6})$$

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_L]^T \in \mathbb{C}^{L \times 1}, \quad (\text{II.7})$$

$$\mathbf{n} = [n_1, \dots, n_L]^T \in \mathbb{C}^{L \times 1}, \quad (\text{II.8})$$

où  $\{\mathbf{s}_k\}$  et  $\mathbf{n}$  représentent respectivement les vecteurs des symboles transmis par les  $M$  usagers et le vecteur de bruit blanc additif gaussien (AWGN - additive white noise gaussien),  $\mathbf{n} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_L)$ .

Considérons le schéma, illustré par la figure II.3, composé d'une seule cellule  $B = 1$ , où chaque utilisateur est équipé d'une seule antenne, i.e.  $N_t = 1$ . Le canal MIMO massif est constitué de  $M \times L$  sous canaux SISO indépendants non sélectifs en fréquence. Chaque trajet entre une antenne émettrice  $m$  et une antenne réceptrice  $l$  est modélisé par un gain  $h_{lm}$  représentant le coefficient d'évanouissement de Rayleigh. La matrice de canal des  $M$  utilisateurs est alors donnée par  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{L \times M}$  et l'équation (II.4) peut se réécrire comme suit :

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}. \quad (\text{II.9})$$

• **Scénario d'interférences :** Dans les systèmes multi-cellulaires, la contamination provoquée par la réutilisation des séquences pilotes identiques dans les cellules adjacentes génère des scénarios d'interférences inter-cellules. Le schéma, illustré par la figure II.4,

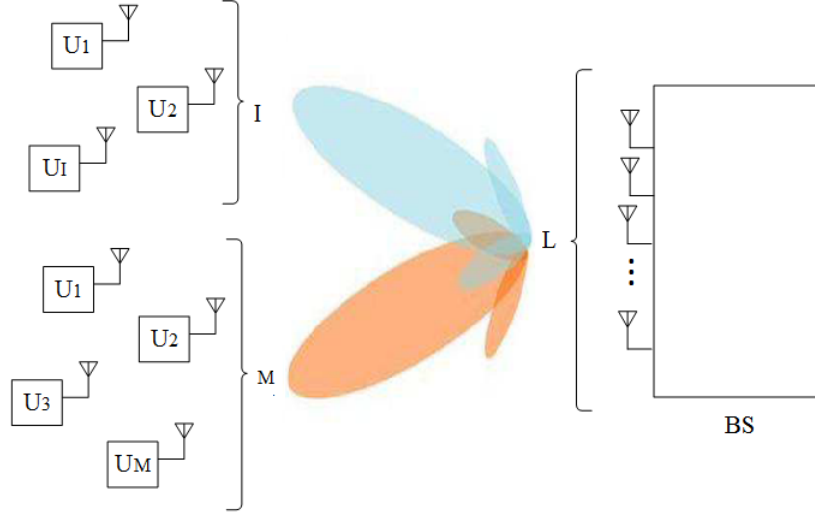


FIGURE II.4 – Système MIMO massif en présence d'interférences

comporte une BS équipée de  $L$  antennes pour servir  $M$  utilisateurs d'intérêt avec  $L \gg M$ , en présence de  $I$  utilisateurs provenant d'autres cellules. Le vecteur reçu par la BS s'écrit alors comme suit :

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{H}'\mathbf{s}' + \mathbf{n}, \quad (\text{II.10})$$

où  $\mathbf{H}' \in \mathbb{C}^{L \times I}$  désigne la matrice de canal des  $I$  interférants et  $\mathbf{s}' \in \mathbb{C}^{I \times 1}$  le vecteur des symboles transmis par les utilisateurs non désirés.

### 4.4 Capacité

En considérant toujours l'hypothèse  $L \gg M$ , la capacité ergodique d'un canal MIMO massif en liaison montante, décrit par l'équation (II.10), est donnée par [12] :

$$C = \mathbb{E} \left\{ \log_2 \left( \det \left( \mathbf{I}_M + \mathbf{\Gamma}_e \mathbf{H}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \right) \right) \right\}, \quad (\text{bits/s/Hz}) \quad (\text{II.11})$$

où  $(.)^H$  désigne l'opérateur de la transposée hermitienne. En plus,  $\mathbf{\Gamma}_e = \mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$  représente la matrice de covariance du signal d'entrée comprenant éventuellement une étape d'allocation de puissance et  $\mathbf{R}$  désigne la matrice de covariance des interférences plus bruit. Il est également possible d'exprimer la capacité ergodique du canal en liaison montante de l'utilisateur  $m$  telle que :

$$C_m = \mathbb{E} \{ \log_2 (1 + \gamma_m) \}, \quad (\text{bits/s/Hz}) \quad (\text{II.12})$$

où  $\gamma_m$  représente le RSBI de l'utilisateur  $m$ . Il s'ensuit que la capacité totale du canal est obtenue en cumulant la capacité des  $M$  utilisateurs désirés :

$$C = \sum_{m=1}^M C_m. \quad (\text{II.13})$$

La capacité du canal dans une transmission MIMO massif idéale en liaison montante peut atteindre sa valeur maximale en supposant des conditions favorables de propagation [20, 21]. En d'autres termes, les canaux en liaisons montante et descendante sont supposés indépendants à évanouissements de Rayleigh et la connaissance de l'état du canal (CSI - channel state information) est requise seulement à la réception. En effet, dans le cas d'une transmission MIMO massif, la BS peut mesurer la CSI à l'émetteur via la réciprocité du canal en TDD incluant une phase de calibration [22, 23], ainsi seule la BS requiert une connaissance du canal.

## 5 Les techniques de réception : Revue de littérature

Nous nous intéressons dans cette section à une revue de littérature sur les techniques de réception. Pour ce faire, nous commençons par réviser le concept de la diversité de réception, par le biais d'une brève description des techniques pour combiner les signaux. Ensuite, une revue des méthodes de détection MIMO inventées aux cours des dernières années sera présentée. Finalement, une attention particulière sera portée aux algorithmes de détection applicables aux systèmes MIMO à grande échelle.

### 5.1 Diversité de réception

Dans les communications sans fil, les techniques de diversité sont largement utilisées pour réduire les effets des évanouissements dus aux trajets multiples et améliorer la fiabilité de la transmission sans augmenter la puissance transmise ou exploiter la largeur de bande.

Le principe de base de la diversité est que le récepteur dispose de plusieurs versions du signal transmis, reçues sur des canaux indépendants. Les copies du signal obtenues par diversité doivent ensuite être combinées en un seul signal résultant. Dans ce qui suit, nous présenterons donc les méthodes de combinaison suivantes : combinaison par rapport maximal, par sélection et par minimisation de l'erreur quadratique moyenne.

### 5.1.1 Combinaison par rapport maximal

Le MRC (maximum ratio combining) est une technique de combinaison linéaire. L'idée de base est de générer le signal à la sortie du combineur comme étant une combinaison linéaire du signal reçu des différentes  $L$  branches de diversité de telle sorte que le rapport signal-à-bruit (RSB ou SNR signal-to-noise ratio) du signal combiné est maximisé. Ainsi, pour maximiser le signal à la sortie du MRC, un coefficient de pondération  $w_i$  est appliqué sur chaque branche avant que tous les signaux ne soient combinés. Par la suite, le signal combiné est donné par l'équation suivante [7] :

$$\mathbf{x}_c = \sum_{i=1}^L w_i \mathbf{x}_i, \quad (\text{II.14})$$

où  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$  est le signal reçu à l'antenne réceptrice  $i$  et  $w_i$  est le coefficient de pondération appliqué à la branche  $i$ . Les coefficients de pondération optimaux  $w_i$  devraient être proportionnels au conjugué complexe du gain de canal de la  $i$ -ème branche. Le RSB à la sortie du combineur MRC, noté par  $\gamma_c$ , peut être calculé comme suit [7] :

$$\gamma_c = \sum_{i=1}^L \gamma_i, \quad (\text{II.15})$$

où  $\gamma_i$  représente le RSB à la  $i$ -ème branche.

Il est à noter qu'en l'absence d'interférence, la technique MRC est optimale vis-à-vis du bruit AWGN dans le cas où un seul utilisateur est actif. Cependant, dans le contexte multi-utilisateurs, l'apparition d'interférence dégrade fortement les performances de cette technique.

### 5.1.2 Combinaison par sélection

Le SC (selection combining) est une technique de combinaison parmi les plus simples, ce qui se traduit par une faible complexité de réalisation. Elle consiste à choisir le signal ayant la puissance maximale ou le meilleur RSB parmi tous les signaux indépendants arrivant aux récepteurs. Par conséquent, le RSB à la sortie du combineur est donné par [7] :

$$\gamma_c = \max \{ \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L \}. \quad (\text{II.16})$$

### 5.1.3 Combinaison par minimisation de l'erreur quadratique moyenne

Afin de maximiser le RSBI, les signaux reçus sont pondérés et combinés selon une technique appelée combinaison par minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE combining ou OC comme optimum combining) [24]. Le OC traite les problèmes des évanouissements multi-trajets du signal désiré et des interférences. Par conséquent, OC fournit une amélioration remarquable de la performance en présence d'interférences par rapport à celle du combineur MRC. Le calcul du vecteur de poids optimal selon le critère OC pour l'utilisateur  $m$  est alors donné par [5] :

$$\mathbf{w}_{OC,m} = \mathbf{R}_m^{-1} \mathbf{h}_m = \left( \overline{\mathbf{H}}_m \overline{\mathbf{H}}_m^H + \mathbf{H}' \mathbf{H}'^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \mathbf{h}_m, \quad (\text{II.17})$$

où  $\mathbf{R}_m$  est la matrice de covariance des signaux reçus,  $\overline{\mathbf{H}}_m = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{m-1}, \mathbf{h}_{m+1}, \dots, \mathbf{h}_M]$  et  $\mathbf{h}_m$  est le vecteur canal de l'utilisateur désiré. On remarque à partir de l'équation (II.17) que la complexité de traitement associée au récepteur OC est déterminée par l'inversion de la matrice, qui devient problématique pour un nombre  $L$  grand. La complexité globale du calcul pour détecter tous les signaux désirés est de l'ordre  $\mathcal{O}(L^3)$ .

## 5.2 Techniques de détection MIMO

Lors d'une transmission multi-antennes, la dispersivité temporelle engendre de l'interférence entre symboles (IES). Donc, des techniques de réception doivent être mises en places pour combattre ces IES et garantir la fiabilité de transmission. De nombreuses méthodes ont été proposées pour répondre aux exigences imposées par une multitude d'applications [25]. Le choix d'une technique de détection repose sur deux critères : les performances en terme du TEB et la complexité de sa mise en oeuvre.

### 5.2.1 Détection à maximum de vraisemblance

Le critère de décision optimal est le critère maximum à posteriori (MAP) qui consiste à minimiser la probabilité d'erreur étant reçue l'observation  $\mathbf{x}$  appartenant à une constellation  $\mathbb{A}$ . Ce critère est formulé comme suit :

$$\hat{\mathbf{s}}_{\text{MAP}} = \hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathbb{A}^{MN}} \Pr(\mathbf{s} | \mathbf{x}). \quad (\text{II.18})$$

Le critère MAP peut être simplifié lorsque toutes les probabilités *a priori* sont égales (équiprobables). Le détecteur MAP devient équivalent au détecteur à maximum de vraisemblance (ML), qui consiste à déterminer la séquence  $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ML}}$  la plus proche de la séquence

transmise  $\mathbf{s}$  à partir de l'observation  $\mathbf{x}$ . C'est le critère qui minimise la distance euclidienne et se traduit par la condition suivante [26] :

$$\hat{\mathbf{s}}_{\text{ML}} = \hat{\mathbf{s}}_{\text{MAP}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathbb{A}^{MN}} \Pr(\mathbf{x}|\mathbf{s}) = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathbb{A}^{MN}} \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2. \quad (\text{II.19})$$

Le détecteur ML est optimal au sens de la minimisation du taux d'erreur. Cependant, cette technique engendre une complexité de calcul exponentiellement croissante en fonction de la taille de la constellation et du nombre de flux de données, i.e.  $\mathcal{O}(|\mathbb{A}|^{MN})$ , et donc, du nombre d'antennes. Notons que  $|\mathbb{A}|$  représente la taille de la constellation. Cette énorme complexité de calcul a motivé le développement de stratégies alternatives pour la détection MIMO. Ces méthodes sont basées sur le calcul de filtres de réception et les stratégies d'annulation des interférences. Du coup, leur avantage est que le coût ne dépend pas généralement de la modulation et les filtres de réception sont calculés une seule fois par paquet de données.

### 5.2.2 Détection linéaire

Les récepteurs linéaires MIMO sont basés sur une transformation linéaire du vecteur de signal de sortie  $\mathbf{x}$ . En général, leur intérêt réside dans leur complexité attrayante, mais ils souffrent d'une perte en performance par rapport au récepteur ML. Plus explicitement, la stratégie de décision des détecteurs linéaires peut être exprimée comme suit :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}\mathbf{x}, \quad (\text{II.20})$$

où  $\mathbf{W}$  est la matrice de transformation linéaire à concevoir en utilisant divers critères.

- **MF** : Le détecteur MF (Matched Filter) a la plus faible complexité de calcul parmi tous les détecteurs MIMO et sa matrice de transformation linéaire est donnée par :

$$\mathbf{W}_{MF} = \mathbf{H}^H. \quad (\text{II.21})$$

Étant donné (II.9), il s'ensuit que le vecteur de symboles estimés est donné par :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}_{MF} \mathbf{x} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{H}^H \mathbf{n}. \quad (\text{II.22})$$

Le détecteur MF est connu comme le filtre linéaire optimal conçu pour maximiser le RSB en sortie en présence de bruit blanc additif seulement (un seul signal désiré).



Il est à noter que le traitement du MRC est considéré similaire à celui du MF. Par conséquent, il n'appartient pas à la famille des récepteurs MIMO basée sur la détection conjointe, et généralement il présente une mauvaise performance dans les systèmes MIMO limités par les interférences. Cependant, dans certains contextes MIMO massif lorsque le nombre d'antennes à la station de base est beaucoup plus grande que l'ensemble des antennes des usagers,  $L \gg MN$  [12],[13], le détecteur MF est capable d'approcher les performances du détecteur ML optimal, ceci sera discuté plus en détail dans la section 5.3.

•**ZF** : Le récepteur ZF cherche à compenser les distorsions apportées par le canal de telle sorte que le signal en sortie de l'égaliseur ne contienne pratiquement plus d'interférence entre symboles. C'est une technique de détection qui inverse tout simplement la matrice  $\mathbf{H}$  du canal de transmission. Par la suite, un simple détecteur de symbole (comparateur à seuil) appliqué en sortie de l'égaliseur permet d'estimer les bits émis sans aucune perte d'information. Le vecteur de symboles estimés de taille  $M \times 1$  est alors donné par [8] :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}_{ZF} \mathbf{x} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{x} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{x} = \mathbf{s} + (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{n}, \quad (\text{II.23})$$

où  $(.)^\dagger$  désigne l'opérateur pseudo inverse. Ses principaux avantages sont sa simplicité, la non-nécessité d'estimer le RSB et la suppression des IES. Cependant le ZF amplifie aussi le niveau du bruit pour des faibles RSB ce qui dégrade sérieusement les performances.

•**MMSE** : L'égaliseur ZF supprime complètement les IES mais il ne prend pas en compte le bruit AWGN. Le récepteur qui minimise l'erreur quadratique moyenne (MMSE - minimum mean square error) constitue une excellente alternative. Lorsque le canal est bruité, le critère MMSE permet d'atteindre un compromis entre l'élimination des IES et la réduction du bruit. La matrice d'égalisation optimale est bien connue dans la littérature [5] et dans ce cas, on estime les symboles  $\mathbf{s}$  grâce à la relation :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{x} = \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{x}, \quad (\text{II.24})$$

où  $\mathbb{E}[\mathbf{n} \mathbf{n}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_L$ ,  $\mathbb{E}[\mathbf{s} \mathbf{s}^H] = \sigma_s^2 \mathbf{I}_M$  et  $\rho = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}$  est le RSB moyen par antenne de réception. En présence de bruit ( $\sigma_n^2 > 0$ ), la matrice à inverser est strictement définie positive, donc elle est toujours inversible. Il s'ensuit que le récepteur MMSE est moins sensible au bruit

que le ZF, mais il ne sépare pas parfaitement les sous-canaux. À haut RSB, le récepteur MMSE tend vers le récepteur ZF.

### 5.3 Travaux antérieurs sur la détection dans les systèmes MIMO massif

Comme indiqué dans la section précédente, la principale motivation d'étudier le problème de détection MIMO fondamental est que la complexité et le coût de la détection optimale ML/MAP augmentent exponentiellement avec la taille du système. À cet égard, le problème de détection dans les systèmes LS-MIMO, où des centaines d'antennes peuvent être invoquées, n'est pas tellement nouveau [1, 12, 13]. Par contre, leur mise en oeuvre pratique n'est plus une tâche triviale, précisément à cause de la complexité accrue de la détection et de l'implémentation matérielle associée. Dans ce qui suit, nous présentons un aperçu des travaux récents dans ce cadre de détection, dont quelques travaux étudiant l'applicabilité des algorithmes de détection MIMO existants dans le contexte LS-MIMO [27].

- Des solutions alternatives ont été proposées visant à réduire la complexité tout en préservant une performance optimale. Parmi ces solutions, mentionnons le décodeur par sphère (SD), qui consiste à chercher parmi les points de la lattice (réseaux de points) les points qui se trouvent à l'intérieur d'une sphère de rayon bien défini centré sur le point reçu  $y$  (le vecteur du signal reçu) [28, 29]. Toutefois, il a récemment été démontré dans [30, 31] que le SD présente également une complexité de calcul variable qui dépend fortement de la région RSB (la variance du bruit), du nombre de flux de données à détecter, de la constellation du signal et de l'initialisation du rayon de la sphère. L'ordre de complexité de calcul a été délimité (limite supérieure) par  $\mathcal{O}(|\mathbb{A}|^{\beta M})$ , où  $\beta \in (0, 1]$  dépend de la valeur du RSB et de l'initialisation du rayon de la sphère,  $|\mathbb{A}|$  est la taille de la constellation et  $M$  est la dimension du signal à détecter. Cependant, cette solution quasi-optimale a toujours une complexité de calcul élevée qui ne facilite pas l'implémentation pratique.

- Chockalingam et al. ont également contribué de manière significative au problème de détection LS-MIMO en utilisant une variété d'algorithmes de recherche locale [32, 33], tels que la famille des détecteurs LAS (Likelihood Ascent Search) et RTS (Reactive Tabu Search). Le détecteur LAS, proposé dans [32] pour les systèmes LS-MIMO, repose sur la recherche successive du voisinage local. Les résultats dans [34, 35] montrent que le

détecteur LAS présente des performances proches de celle d'un système SISO en présence du AWGN, en particulier lorsque des centaines d'antennes sont utilisées, avec une complexité moyenne de l'ordre de  $\mathcal{O}(M^3)$ . Les détecteurs LAS ont été généralisés pour des ordres de modulation<sup>1</sup> plus élevés ; cependant, ils subissent toujours une dégradation des performances en augmentant l'ordre de modulation. Ils nécessitent également un très grand nombre d'antennes, de l'ordre de centaines, pour atteindre des performances considérable. Ce nombre augmente proportionnellement avec l'ordre de modulation [35]. L'algorithme RTS a été également proposé pour les systèmes MIMO à grande échelle avec diverses modulations d'amplitude en quadrature (QAM - quadrature amplitude modulation) [33, 36]. C'est une technique d'optimisation combinatoire qui utilise la recherche avec tabous des solutions du voisinage, puis le choix de la solution ML parmi celles-ci. Elle atteint des performances proches de celle du ML avec une complexité plus faible par rapport à ML et SD, plus particulièrement avec un ordre de modulation relativement faible. Cependant, sa complexité de calcul augmente considérablement avec l'augmentation des niveaux de modulation QAM accompagnée d'une dégradation de la performance.

- Parmi les différentes techniques de détection multi-usagers mentionnons V-BLAST (vertical Bell labs layered space time), qui se base sur un algorithme itératif pour détecter tour à tour chacun des  $M$  signaux reçus et éliminer successivement les interférences [37]. Lors de la détection d'un signal, un traitement linéaire (algorithme d'annulation) est utilisé pour annuler les autres signaux non détectés. La plupart des travaux sur le V-BLAST traditionnel utilisent les détecteurs ZF et MMSE et considèrent rarement le MRC [38]. Cette technique améliore le gain de diversité dans la région où le RSB est faible et moyen. Cependant, on trouve peu de travaux sur la détection V-BLAST dans un contexte MIMO massif [39, 40]. Ceci est probablement en raison de la complexité du V-BLAST qui s'accroît avec un grand nombre d'antennes et qui est supérieure à celle des détecteurs linéaires (ZF et MMSE).

- Les récepteurs linéaires, comme le MRC, ZF et MMSE, ont été largement étudiés dans les communications sans fil et sont privilégiés en MIMO massif étant donné leur faible complexité. Ils sont donc candidats à l'implémentation pratique des systèmes MIMO massif. Ils peuvent atteindre asymptotiquement une capacité considérable lorsque le nombre d'antennes à la BS est assez grand par rapport au nombre d'utilisateurs actifs

---

1. L'ordre de modulation d'un schéma de communication numérique est déterminé par le nombre de symboles différents pouvant être transmis.

et les vecteurs de canaux de différents utilisateurs sont indépendants [1, 12]. Par conséquent, plusieurs études ont été effectuées portant sur la réception linéaire et l'analyse de performance des systèmes MIMO massif selon différentes perspectives [14, 41, 42].

Si le nombre d'antennes réceptrices augmente théoriquement jusqu'à l'infini, le travail cité dans [1] montre que les effets de l'interférence intra-cellulaire et du bruit disparaissent en utilisant un simple traitement linéaire cohérent, tel que MRC / eigenbeamforming. Cependant, en pratique, ceci n'est pas assez simple puisqu'un nombre quasi infini d'antennes demande un nombre quasi infini de chaînes RF. Il a été démontré dans [13] que les récepteurs ZF et MMSE peuvent atteindre les mêmes performances que celles du récepteur MRC avec un nombre inférieur d'antennes, ce qui rend l'analyse du ZF et MMSE dans un tel scénario MIMO massif encore plus intéressante.

- La performance des systèmes MIMO massif est limitée par les interférences provenant d'autres cellules, qui provoquent la contamination de pilotes [1]. Comme mentionné précédemment, il existe plusieurs techniques pour combattre les interférences inter-cellulaires, tels que la détection ML, la suppression successive des interférences et le MIMO coopératif [43], ce qui rajoute une complexité significative, en particulier pour un grand nombre d'antennes. Par ailleurs, bien que les récepteurs linéaires comme le ZF ou le MMSE classique fournissent une réduction de l'interférence intra-cellulaire au prix d'un grand nombre d'antennes à la BS, il a été montré dans [42, 44], qu'à des RSB élevés, les interférences entre les cellules ne disparaissent pas en fixant le rapport entre le nombre d'antennes à la BS et le nombre d'utilisateurs.

- Dans la littérature, le récepteur MMSE est très étudié dans les systèmes multi-antennes selon deux formulations. Tout d'abord, il y a le MMSE typique basé sur la formulation MIMO qui est représenté par l'équation II.24, lequel s'appuie sur toutes les estimations de canal pour détecter conjointement les signaux désirés et ignore ou traite l'interférence inter-cellulaire comme un bruit non corrélé dans le calcul des vecteurs de poids du filtre de réception. D'autre part, le OC, basé sur la formulation classique, s'appuie sur l'estimation du canal de l'utilisateur désiré et la matrice de covariance des signaux reçus (Voir l'équation II.17). OC, qui maximise le RSBI, est la solution la plus efficace pour les systèmes multi-utilisateurs [24].

Cependant, le calcul des vecteurs de poids selon le critère OC implique une énorme complexité qui augmente de manière polynômiale avec la taille du réseau d'antennes [24]. Dans ce qui suit, nous fournissons une comparaison qualitative de performance et de complexité des détecteurs MIMO massif, qui est résumée au tableau II.1.

Récepteur	Ordre de diversité de réception À RSB élevé	Pénalité en RSB	Ordre de complexité de calcul (le pire des cas)
ZF	$L-M+1$ [45]	Élevé	$\mathcal{O}(M^3)$
MMSE/OC	$L-M+1$ [45]	Plus bas que celle de ZF	$\mathcal{O}(M^3)$ ou $\mathcal{O}(L^3)$
V-BLAST	$L-M+1$ [38]	Plus bas que celle de ZF ou MMSE	Entre $\mathcal{O}(M^3)$ et $\mathcal{O}(M^4)$
SD	$L$ [46]	Peut être zéro en général	$\mathcal{O}( \mathbb{A} ^{\beta M})$ , où $\beta \in (0, 1]$ [30]
MAP/ML	$L$ [47]	Zéro	$\mathcal{O}( \mathbb{A} ^M)$ $ \mathbb{A} $ la taille de constellation

TABLEAU II.1 – Comparaison performance/complexité des différents récepteurs MIMO massif

- À cet égard, on peut déduire que la plupart des méthodes de réception (ZF, MMSE, V-BLAST, OC, etc.), nécessitent l'opération d'inversion de matrice de taille  $M \times M$  ou  $L \times L$  dans le calcul des vecteurs/matrice de poids et deviennent particulièrement difficiles à implémenter dans un scénario MIMO massif. Bien qu'il ait été montré dans [1, 12, 13] que lorsque le nombre d'antennes à la BS est supposé infini, cette opération d'inversion se réduira à une inversion simple des éléments diagonaux de la matrice, cette inversion simplifiée peut ne pas être précise dans le cas d'un nombre fini d'antennes à la BS et elle peut aussi dégrader les performances du système.

## 6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents concepts de base. Nous avons commencé par décrire le canal de propagation en communication numérique. Ensuite, les avantages de la technologie MIMO en mode conventionnel point à point et en mode multi-utilisateur ont été décrits. La technologie MIMO massif est une technologie émergente pour les nouveaux systèmes de communication qui permet d'augmenter le débit, entre autres avantages. Nous avons ainsi donné les caractéristiques fondamentales des systèmes MIMO massif et les avantages du passage vers le scénario MIMO massif.

Par ailleurs, nous avons exposé une revue de littérature sur les algorithmes de détection MIMO en étudiant leur applicabilité dans le contexte LS-MIMO. Dans ce contexte, la solution optimale à base de ML est non envisageable vu sa complexité et nous nous intéressons dans la suite aux solutions sous-optimales à complexité raisonnable notamment la solution MMSE.

---

---

# Chapitre III

---

## Récepteur S-MMSE pour les systèmes MIMO massif

### 1 Introduction

Comme nous avons mentionné dans le chapitre précédent, les récepteurs linéaires ont suscité un intérêt particulier dans les systèmes de transmission multi-antennes. Notamment, le récepteur MMSE est très étudié grâce à sa capacité de combattre l'effet d'interférences et de satisfaire un bon compromis performances / complexité.

Dans ce chapitre, nous étudions le récepteur MMSE typique basé sur la formulation classique et ne tenant pas compte d'interférences provenant d'autres cellules dans le calcul du vecteur de poids, connu récemment dans la littérature sous le nom single-cell MMSE (S-MMSE) [48, 49]. Il a été démontré dans [13, 50] que le récepteur S-MMSE est optimal en supposant une connaissance parfaite du canal et que les symboles suivent une distribution Gaussienne.

Nous nous intéressons particulièrement à l'analyse des performances du récepteur S-MMSE dans un tel scénario MIMO massif en présence d'interférences inter-cellulaires. En effet, nous étudions les statistiques du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur désiré. Une borne inférieure simple du RSBI est également proposée afin de simplifier l'analyse théorique. Par la suite, en se basant sur cette borne obtenue, nous dérivons évidemment des expressions analytiques de la densité de probabilité du RSBI et du TEB d'un signal à modulation non-cohérente dans un canal MIMO massif subissant des évanouissements de Rayleigh. Nous évaluons ainsi les résultats théoriques obtenus et nous les comparons avec ceux obtenus par la méthode de simulation Monte-Carlo.

## 2 Modèle du système

Nous considérons un système MIMO massif en liaison montante lorsque  $M$  utilisateurs équipés chacun d'une seule antenne se connectent simultanément à une BS ayant  $L$  antennes en présence de  $I$  interférants. Le nombre d'utilisateurs par cellule est inférieur au nombre d'antennes de réception, i.e.  $L \gg M$ . En outre, les signaux interférants provenant d'autres cellules adjacentes ont une puissance identique. Supposons que les signaux désirés et interférants subissent des évanouissements de Rayleigh non corrélés. Le signal reçu s'écrit alors comme suit :

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \sqrt{P}\mathbf{H}'\mathbf{s}' + \mathbf{n}, \quad (\text{III.1})$$

où  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{L \times M}$  et  $\mathbf{H}' \in \mathbb{C}^{L \times I}$  sont respectivement les matrices de canal des  $M$  utilisateurs désirés et des  $I$  interférants. Les matrices  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{H}'$  sont indépendantes avec des entrées i.i.d gaussiennes de moyenne nulle et de variance unitaire. En outre,  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  et  $\mathbf{s}' \in \mathbb{C}^{I \times 1}$  désignent respectivement les vecteurs transmis par les  $M$  utilisateurs désirés et les  $I$  interférants. Nous supposons que la puissance reçue de chaque utilisateur actif est unitaire et que chaque interférant a une puissance reçue  $P$ . Le vecteur  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$  désigne le bruit AWGN de moyenne nulle et de variance  $\sigma_n^2$ . Tous les signaux désirés ont donc un RSB de  $\frac{1}{\sigma_n^2}$ .

Ayant une connaissance parfaite du canal à la BS, le vecteur de poids selon le critère S-MMSE pour l'utilisateur  $m$  est donné par :

$$\mathbf{w}_{\text{S-MMSE},m} = \mathbf{w}_m = \left( \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \mathbf{h}_m, \quad (\text{III.2})$$

où  $\mathbf{h}_m$  représente le vecteur canal de l'utilisateur  $m$ . Il est important de signaler que le récepteur S-MMSE ne tient pas compte de l'effet des interférences inter-cellulaires dans le calcul du vecteur de poids. Étant donné (III.1), il s'ensuit que le symbole estimé  $z_m$  est donné par :

$$\begin{aligned} z_m &= \mathbf{w}_m^H \mathbf{x}, \\ &= \mathbf{w}_m^H \mathbf{h}_m s_m + \mathbf{w}_m^H \left( \sum_{i \neq m}^M \mathbf{h}_i s_i + \sqrt{P} \sum_{j=1}^I \mathbf{h}'_j s'_j + \mathbf{n} \right), \\ &= \mathbf{w}_m^H \mathbf{x}_{d,m} + \mathbf{w}_m^H \mathbf{x}_{I+N,m}, \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

où  $\mathbf{x}_{d,m}$  est la composante désirée du signal reçu. Les autres composantes, regroupées dans  $\mathbf{x}_{I+N,m}$ , représentent les signaux interférants et le bruit.



### 3 Expression analytique du RSBI

Le RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur  $m$  peut être calculé comme suit :

$$\gamma_{\text{S-MMSE},m} = \gamma_m = \frac{\mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{w}_m^H \mathbf{x}_{d,m} \right|^2 \right]}{\mathbb{E} \left[ \left| \mathbf{w}_m^H \mathbf{x}_{I+N,m} \right|^2 \right]}, \quad (\text{III.4})$$

$$= \frac{|\mathbf{w}_m^H \mathbf{h}_m|^2}{\mathbf{w}_m^H \langle \mathbf{x}_{I+N,m}, \mathbf{x}_{I+N,m}^H \rangle \mathbf{w}_m}, \quad (\text{III.5})$$

$$= \frac{|\mathbf{w}_m^H \mathbf{h}_m|^2}{\mathbf{w}_m^H \left( \bar{\mathbf{H}}_m \bar{\mathbf{H}}_m^H + P \mathbf{H}' \mathbf{H}'^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right) \mathbf{w}_m}, \quad (\text{III.6})$$

où  $\langle x, y \rangle$  désigne le produit scalaire de  $x$  et  $y$  et  $\bar{\mathbf{H}}_m$  est la matrice obtenue en supprimant la  $m$ ème colonne de  $\mathbf{H}$ . Soit  $\mathbf{R}_{i+N} = \bar{\mathbf{H}}_m \bar{\mathbf{H}}_m^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L$  la matrice de covariance d'interférence plus bruit. En utilisant le lemme d'inversion matricielle [51, Ch.4.11], le vecteur de poids  $\mathbf{w}_m$  peut être réécrit de la manière suivante :

$$\mathbf{w}_m = \left( \mathbf{R}_{i+N} + \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \right)^{-1} \mathbf{h}_m, \quad (\text{III.7})$$

$$= \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m - \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m \left( 1 + \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m \right)^{-1} \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m, \quad (\text{III.8})$$

$$= \frac{\mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m}{1 + \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m}. \quad (\text{III.9})$$

En remplaçant l'expression de  $\mathbf{w}_m$  dans l'équation (III.6), le RSBI pour l'utilisateur  $m$  peut être calculé tel que :

$$\gamma_m = \frac{\left( \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m \right)^2}{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \left( \mathbf{R}_{i+N} + P \mathbf{R}'_I \right) \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m}. \quad (\text{III.10})$$

Il est à noter que  $\mathbf{R}'_I = \mathbf{H}' \mathbf{H}'^H$  désigne la matrice de covariance des  $I$  interférants. Afin de simplifier l'expression du RSBI, il convient de calculer son inverse, le rapport bruit plus interférence sur signal, tel que :

$$\rho_m = \frac{1}{\gamma_m} = \frac{1}{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m} \left( 1 + P \frac{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{R}'_I \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m}{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m} \right). \quad (\text{III.11})$$

Soit  $\mathbf{d}_m^H = \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1}$  et  $\mathbf{e}_m^H = \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1/2}$ ,  $\rho_m$  peut être réécrit comme suit :

$$\rho_m = \frac{1}{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m} \left( 1 + P \frac{\mathbf{d}_m^H \mathbf{R}_I' \mathbf{d}_m}{\mathbf{d}_m^H \mathbf{d}_m} \frac{\mathbf{e}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{e}_m}{\mathbf{e}_m^H \mathbf{e}_m} \right). \quad (\text{III.12})$$

Pour simplifier l'écriture de l'équation (III.12), nous utilisons la notation suivante :

$$a = \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m, \quad (\text{III.13})$$

$$b = \frac{\mathbf{d}_m^H \mathbf{R}_I' \mathbf{d}_m}{\mathbf{d}_m^H \mathbf{d}_m}, \quad (\text{III.14})$$

$$c = \frac{\mathbf{e}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{e}_m}{\mathbf{e}_m^H \mathbf{e}_m}. \quad (\text{III.15})$$

Le rapport  $\rho_m$  peut s'écrire alors comme suit :

$$\rho_m = \frac{1}{a} (1 + P b c). \quad (\text{III.16})$$

Ainsi, le RSBI  $\gamma_m$  est donné par :

$$\gamma_m = \frac{a}{1 + P b c} = a v, \quad (\text{III.17})$$

où  $v = (1 + P b c)^{-1}$ . Il est intéressant de noter que le terme  $a$  peut être interprété comme étant le RSBI en absence d'interférences, tandis que le terme  $v$  correspond aux effets de bruits et d'interférences sur la performance du système.

**Proposition 3.1 :** *Une borne inférieure du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE peut être dérivée :*

$$\gamma_m > \gamma_m^l = \frac{a}{1 + \frac{P}{\sigma_n^2} b}. \quad (\text{III.18})$$

De plus, lorsque le RSB tend vers l'infini, on a :

$$\gamma_m^l - \gamma_m \xrightarrow{RSB \rightarrow \infty} 0. \quad (\text{III.19})$$

Afin de prouver la proposition, il suffira de prouver que le terme  $c$  défini par l'équation (III.15) est borné par  $\frac{1}{\sigma_n^2}$ . D'abord, rappelons que dans un contexte MIMO massif, le nombre d'antennes à la BS est assez grand par rapport au nombre d'utilisateurs actifs, i.e.  $L \gg M$ . Le produit  $\mathbf{R}_i = \overline{\mathbf{H}}_m \overline{\mathbf{H}}_m^H \in \mathbb{C}^L$  est alors une matrice hermitienne semi-définie

positive de rang  $M - 1$ . D'après la décomposition en valeurs singulières, la matrice de covariance  $\mathbf{R}_i$  peut être diagonalisée au moyen d'une matrice unitaire  $\mathbf{U}$  telle que :

$$\mathbf{R}_i = \bar{\mathbf{H}}_m \bar{\mathbf{H}}_m^H \triangleq \mathbf{U} \Lambda \mathbf{U}^H, \quad (\text{III.20})$$

où  $\Lambda \in \mathbb{R}^L$  est une matrice diagonale dont les éléments sont des réels positifs ou nuls, telle que :

$$\Lambda = \text{diag} \left( \lambda_1, \dots, \lambda_{M-1}, \overbrace{0, \dots, 0}^{L-M+1} \right), \quad (\text{III.21})$$

où  $\lambda_k$  sont les valeurs propres positives de la matrice de covariance  $\mathbf{R}_i$  pour tout  $1 \leq k \leq M - 1$ . Il s'ensuit que  $\mathbf{R}_{i+N}^{-1}$  se réécrit comme suit :

$$\mathbf{R}_{i+N}^{-1} = \left( \mathbf{U} \Lambda \mathbf{U}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} = \mathbf{U} \left( \Lambda + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \mathbf{U}^H, \quad (\text{III.22})$$

où

$$\left( \Lambda + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} = \text{diag} \left( \frac{1}{\lambda_1 + \sigma_n^2}, \dots, \frac{1}{\lambda_{M-1} + \sigma_n^2}, \frac{1}{\sigma_n^2}, \dots, \frac{1}{\sigma_n^2} \right). \quad (\text{III.23})$$

De plus, on a

$$\mathbf{R}_{i+N}^{-2} = \mathbf{U} \left( \Lambda + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-2} \mathbf{U}^H. \quad (\text{III.24})$$

Rappelons que le terme  $c$  est donné par :

$$c = \frac{\mathbf{e}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{e}_m}{\mathbf{e}_m^H \mathbf{e}_m} = \frac{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-2} \mathbf{h}_m}{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m}. \quad (\text{III.25})$$

En utilisant l'équation (III.22), le dénominateur de l'expression précédente peut être représenté de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m &= \mathbf{h}_m^H \mathbf{U} \left( \Lambda + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{h}_m, \\ &= \left[ \bar{h}_{m,1}^*, \dots, \bar{h}_{m,L}^* \right] \times \left[ \frac{\bar{h}_{m,1}}{\lambda_1 + \sigma_n^2}, \dots, \frac{\bar{h}_{m,M-1}}{\lambda_{M-1} + \sigma_n^2}, \frac{\bar{h}_{m,M}}{\sigma_n^2}, \dots, \frac{\bar{h}_{m,L}}{\sigma_n^2} \right]^T, \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \frac{|\bar{h}_k|^2}{\lambda_k + \sigma_n^2} + \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{k=M}^L |\bar{h}_k|^2, \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

où  $\mathbf{U}^H \mathbf{h}_m := \left[ \bar{h}_{m,1}, \dots, \bar{h}_{m,L} \right]^T$ . Il convient de noter que puisque  $\mathbf{U}$  est une matrice unitaire,  $\mathbf{h}_m$  et  $\mathbf{U}^H \mathbf{h}_m$  ont les mêmes propriétés statistiques.

Par la suite,  $c$  peut être alors représenté comme suit :

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-2} \mathbf{h}_m}{\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{i+N}^{-1} \mathbf{h}_m} = \frac{\sum_{k=0}^{M-1} \frac{|\bar{h}_k|^2}{(\lambda_k + \sigma_n^2)^2} + \frac{1}{\sigma_n^4} \sum_{k=M}^L |\bar{h}_k|^2}{\sum_{k=0}^{M-1} \frac{|\bar{h}_k|^2}{\lambda_k + \sigma_n^2} + \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{k=M}^L |\bar{h}_k|^2} \\
 &= \frac{1}{\sigma_n^2} \frac{\sum_{k=0}^{M-1} \frac{|\bar{h}_k|^2}{\left(\frac{\lambda_k}{\sigma_n^2} + 1\right)^2} + \sum_{k=M}^L |\bar{h}_k|^2}{\underbrace{\sum_{k=0}^{M-1} \frac{|\bar{h}_k|^2}{\frac{\lambda_k}{\sigma_n^2} + 1} + \sum_{k=M}^L |\bar{h}_k|^2}_{< 1}} < \frac{1}{\sigma_n^2}. \quad (\text{III.27})
 \end{aligned}$$

Par conséquent, cela implique l'inégalité suivante :

$$a \nu = \frac{a}{1 + P b c} > \frac{a}{1 + \frac{P}{\sigma_n^2} b} = a \check{\nu}. \quad (\text{III.28})$$

De plus, nous remarquons que

$$c \xrightarrow{RSB \rightarrow \infty} \frac{1}{\sigma_n^2}, \quad (\text{III.29})$$

ce qui implique que  $\gamma_m^l - \gamma_m \xrightarrow{RSB \rightarrow \infty} 0$ , et permet donc de clore la démonstration.

## 4 Analyse des performances

Dans cette section, nous allons analyser les performances du récepteur S-MMSE en terme du TEB. Dans un premier temps, nous allons proposer une borne inférieure sur le RSBI en sortie du récepteur S-MMSE dans un canal de Rayleigh. Grâce au résultat obtenu, une borne supérieure du TEB est également dérivée. Ensuite, nous évaluons les résultats théoriques obtenus et nous les comparons avec ceux obtenus par la méthode de Monte-Carlo, en considérant différents scénarios de simulation MIMO massif.

### 4.1 Fonction de densité de probabilité de la borne inférieure du RSBI

Étant donné que les deux termes  $a$  et  $\check{\nu} = \frac{1}{1 + \frac{P}{\sigma_n^2} b}$  sont indépendants, la distribution de la borne inférieure du RSBI est exprimée par le produit de convolution de deux distributions comme suit :

$$f_{\gamma_m^l}(x) = f_a(x) * f_{\check{\nu}}(x). \quad (\text{III.30})$$

Dans ce qui suit, nous présentons les expressions des densités de probabilité de deux variables  $a$  et  $\check{v}$  afin de déterminer une expression explicite de la densité de la borne inférieure du RSBI.

Tout d'abord, nous rappelons qu'en général, lorsqu'on a une matrice  $\mathbf{Y}$  de taille  $(n, m)$  dont toutes les lignes sont des vecteurs aléatoires indépendants qui suivent la même loi normale, la matrice  $\mathbf{X} = \mathbf{Y}^H \mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{m \times m}$  suit la loi de Wishart caractérisée par sa densité de probabilité lorsque  $n > m$ . La loi de Wishart à  $n$  degrés de liberté et de matrice de covariance  $\Sigma$  est notée par  $\mathcal{CW}_m(n, \Sigma)$  [52]. Si  $n < m$ , la loi de Wishart n'a plus de densité, mais devient une loi singulière. Par ailleurs, les travaux de Srivastava et Khatri [53–55] ont démontré que la densité d'une matrice de Wishart singulière avec une matrice de covariance inversible peut être dérivée mais il est difficile d'obtenir une expression explicite de cette densité.

Dans notre cas où  $L \gg I$  et  $L \gg M - 1$ , les produits  $\mathbf{R}_i = \bar{\mathbf{H}}_m \bar{\mathbf{H}}_m^H \in \mathbb{C}^{L \times L}$  et  $\mathbf{R}'_I = \mathbf{H}'^H \mathbf{H}'^H \in \mathbb{C}^{L \times L}$  sont respectivement des matrices hermitiennes de rang  $M - 1$  et  $I$ . Les matrices  $\mathbf{R}_I$  et  $\mathbf{R}'_I$  sont alors des matrices de Wishart complexes et singulières, notées par  $\mathbf{R}_i \sim \mathcal{CW}_L(M - 1, \mathbf{I}_L)$  et  $\mathbf{R}'_I \sim \mathcal{CW}_L(I, \mathbf{I}_L)$ .

Dans ce travail, nous nous intéressons particulièrement à la caractérisation des matrices de loi de Wishart par les formes quadratiques. Le terme  $b$  défini par l'équation (III.14) représente une forme quadratique normalisée. D'après le résultat obtenu dans [56], la variable aléatoire (v.a.)  $b$  suit une distribution Chi-carré à  $2I$  degrés de liberté, i.e.  $b \sim \chi_{2I}^2$ , et elle est indépendante du vecteur  $\mathbf{d}_m$ . En outre, nous remarquons que la matrice de la forme quadratique  $\mathbf{R}_{i+N} = \bar{\mathbf{H}}_m \bar{\mathbf{H}}_m^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L$ , définie par l'équation (III.13), est une matrice inversible. Ainsi,  $\mathbf{R}_{i+N}$  n'est pas une matrice distribuée selon une loi de Wishart. La forme quadratique  $a$ , décrivant le RSBI en sortie en absence d'interférences inter-cellulaires pour l'utilisateur  $m$ , peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned}
 a &= \mathbf{h}_m^H \left( \bar{\mathbf{H}}_m \bar{\mathbf{H}}_m^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \mathbf{h}_m, \\
 &= \mathbf{h}_m^H \left( \mathbf{S}^{-1} - \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \right)^{-1} \mathbf{h}_m, \\
 &\stackrel{(b)}{=} \mathbf{h}_m^H \left( \mathbf{S} + \frac{\mathbf{S} \mathbf{h}_m^H \mathbf{h}_m \mathbf{S}}{1 - \mathbf{h}_m^H \mathbf{S} \mathbf{h}_m} \right) \mathbf{h}_m, \\
 &= \frac{\mathbf{h}_m^H \mathbf{S} \mathbf{h}_m}{1 - \mathbf{h}_m^H \mathbf{S} \mathbf{h}_m},
 \end{aligned} \tag{III.31}$$

où  $\mathbf{S} = \left( \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1}$ . Notons que l'étape (b) est obtenue en appliquant le lemme d'inversion matricielle [51, Ch.4.11]. Ensuite, en utilisant le même lemme et la propriété

mathématique  $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$ , l'expression  $\mathbf{h}_m^H \mathbf{S} \mathbf{h}_m$  peut être exprimée de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{h}_m^H \mathbf{S} \mathbf{h}_m &= \mathbf{h}_m^H \left( \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \mathbf{h}_m, \\
 &= \left[ \mathbf{H}^H \left( \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \mathbf{H} \right]_{mm}, \\
 &= \left[ \left( \mathbf{I}_M + \sigma_n^2 \left( \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1} \right)^{-1} \right]_{mm}, \\
 &= 1 - \left[ \left( \mathbf{I}_M + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1} \right]_{mm}.
 \end{aligned} \tag{III.32}$$

En substituant l'équation (III.32) dans (III.31), nous obtenons :

$$a = \frac{1}{\left[ \left( \mathbf{I}_M + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1} \right]_{mm}} - 1. \tag{III.33}$$

D'après [57, 58], la FDP peut être approximée par une distribution Gamma comme suit :

$$f_a(x) \approx \frac{x^{\alpha_m-1} e^{-x/\theta_m}}{\Gamma(\alpha_m) \theta_m^{\alpha_m}}, \tag{III.34}$$

où  $\Gamma(\cdot)$  représente la fonction Gamma définie par  $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt$ . Sous l'hypothèse que les canaux sont non-corrélés, les paramètres de la distribution Gamma sont donnés par :

$$\alpha_m = \frac{(L - M + 1 + (M - 1)\mu)^2}{L - M + 1 + (M - 1)\kappa}, \tag{III.35}$$

$$\theta_m = \frac{1}{\sigma_n^2} \frac{L - M + 1 + (M - 1)\kappa}{L - M + 1 + (M - 1)\mu}, \tag{III.36}$$

où les paramètres  $\mu$  et  $\kappa$  sont obtenus en résolvant les équations suivantes [58] :

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{(M - 1)}{\tau \left( 1 - \frac{M-1}{L} + \frac{M-1}{L} \mu \right) + 1} \\
 \kappa &\left( 1 + \frac{\tau \frac{M-1}{L}}{\left( \tau \left( 1 - \frac{M-1}{L} + \frac{M-1}{L} \mu \right) + 1 \right)^2} \right),
 \end{aligned} \tag{III.37}$$

$$= (M - 1) \frac{\tau \mu \frac{M-1}{L} + 1}{\left( \tau \left( 1 - \frac{M-1}{L} + \frac{M-1}{L} \mu \right) + 1 \right)^2}, \tag{III.38}$$

où  $\tau \triangleq \frac{L}{\sigma_n^2}$ . Dans ce qui suit, l'indice  $m$  de  $\alpha_m$  et de  $\theta_m$  est omis pour simplifier la notation. La v.a.  $b$  suit une loi du  $\chi^2$  à  $2I$  degrés de liberté. Sa densité de probabilité est donnée par :

$$f_b(x) = \frac{1}{\Gamma(x)} x^{I-1} e^{-x} u(x), \quad (\text{III.39})$$

où  $u(\cdot)$  représente la fonction échelon de Heaviside. En appliquant la loi d'une transformation d'une variable aléatoire, la densité de la v.a.  $\check{v} = \left(1 + \frac{P}{\sigma_n^2} b\right)^{-1}$  est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} f_{\check{v}}(x) &= \frac{\sigma_n^2}{P x^2} f_b\left(\frac{\sigma_n^2}{P} \left(\frac{1}{x} - 1\right)\right), \\ &= \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^I \frac{e^{\frac{\sigma_n^2}{P}}}{\Gamma(I) x^{I+1}} (1-x)^{I-1} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P x}} u\left(\frac{1}{x} - 1\right). \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

Étant donné (III.30), la FDP de  $\gamma_m^l$  est donnée par le produit de convolution de Mellin comme suit :

$$f_{\gamma_m^l}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} f_a(t) f_{\check{v}}\left(\frac{x}{t}\right) dt. \quad (\text{III.41})$$

Substituant (III.34) et (III.40) dans (III.41), nous obtenons :

$$\begin{aligned} f_{\gamma_m^l}(x) &= \frac{e^{\frac{\sigma_n^2}{P}} \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^I}{\Gamma(I) \Gamma(\alpha) \theta^\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} t^{\alpha-1} e^{-t/\theta} \left(1 - \frac{x}{t}\right)^{I-1} \frac{e^{-\frac{\sigma_n^2 t}{P x}}}{\left(\frac{x}{t}\right)^{I+1}} u(t) u\left(\frac{t}{x} - 1\right) dt, \\ &= \frac{e^{\frac{\sigma_n^2}{P}} \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^I}{\Gamma(I) \Gamma(\alpha) \theta^\alpha x^{I+1}} \int_x^{\infty} t^\alpha (t-x)^{I-1} e^{-\left(\frac{\sigma_n^2}{P x} + \frac{1}{\theta}\right)t} dt. \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

En effectuant le changement de variable  $s = t - x$  dans (III.42), nous obtenons :

$$f_{\gamma_m^l}(x) = \frac{e^{-\frac{x}{\theta}} \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^I}{\Gamma(I) \Gamma(\alpha) \theta^\alpha x^{I+1}} \int_0^{\infty} s^{I-1} (s+x)^\alpha e^{-\left(\frac{\sigma_n^2}{P x} + \frac{1}{\theta}\right)s} ds. \quad (\text{III.43})$$

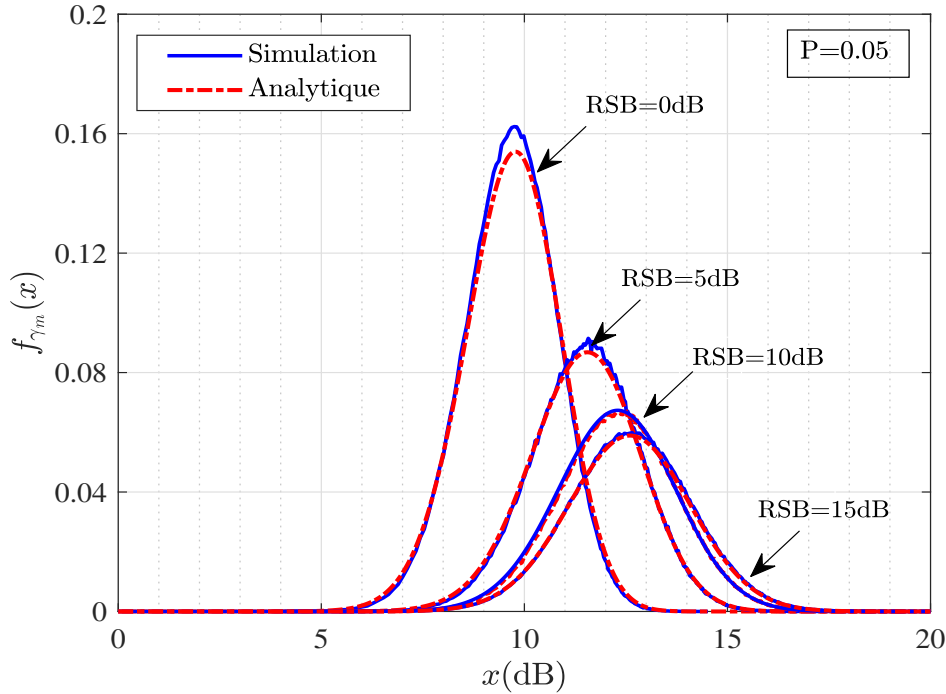
En appliquant la formule du binôme de Newton sur le polynôme  $(s+x)^\alpha$ , l'expression précédente peut être développée comme suit :

$$f_{\gamma_m^l}(x) = \frac{e^{-\frac{x}{\theta}} \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^I}{\Gamma(I) \Gamma(\alpha) \theta^\alpha x^{I+1}} \sum_{k=0}^{\bar{\alpha}} \binom{\bar{\alpha}}{k} x^{\alpha-k} \int_0^{\infty} s^{I+k-1} e^{-\left(\frac{\sigma_n^2}{P x} + \frac{1}{\theta}\right)s} ds, \quad (\text{III.44})$$

où  $\bar{\alpha}$  est l'entier obtenu en arrondissant  $\alpha$  et les nombres  $\binom{\bar{\alpha}}{k} = \frac{\bar{\alpha}!}{k! (\bar{\alpha}-k)!}$  sont les coefficients binomiaux. En plus, nous notons que l'intégrale correspond à la définition de la fonction Gamma. Après quelques manipulations, l'expression de la FDP de la borne inférieure du  $\gamma_{S-MMSE,m}$  est alors donnée par :

$$f_{\gamma_m^l}(x) = \frac{e^{-\frac{x}{\theta}} \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^I x^{\alpha-1}}{\Gamma(I) \Gamma(\alpha) \theta^\alpha} \sum_{k=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{k} \frac{\Gamma(I+k)}{\left(\frac{\sigma_n^2}{P} + \frac{x}{\theta}\right)^{I+k}}. \quad (\text{III.45})$$

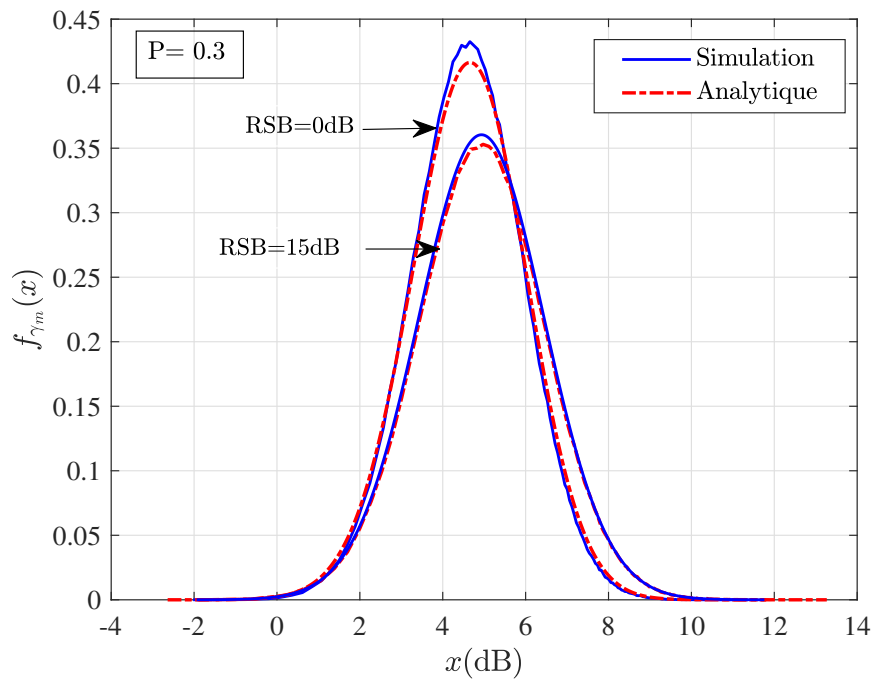
Afin de valider le résultat obtenu, nous proposons de le comparer avec la méthode de simulation de MC. Dans les figures III.1 et III.2, nous avons tracé la FDP du RSBI en considérant un système MIMO massif avec  $L = 32$ ,  $M = I = 16$  et pour différentes valeurs du RSB={0, 5, 10, 15} dB. En effet, nous considérons deux différents cas où chaque interférant a une puissance  $P = 0.05$  (-13 dB) et  $P = 0.3$  (-5 dB). Nous signalons que les courbes pleines sont obtenues par simulation de MC et les traits en pointillés sont obtenus par l'expression de la borne inférieure de densité de probabilité du  $\gamma_m$  donnée par l'équation (III.45). Les figures montrent que les résultats théoriques sont conformes avec les résultats de simulations. Lorsque le RSB augmente, les bornes analytiques deviennent plus précises et cela montre la validité de l'analyse proposée.



**FIGURE III.1** – Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur  $m$  pour  $L = 32$ ,  $M = I = 16$  et  $P = 0.05$ .



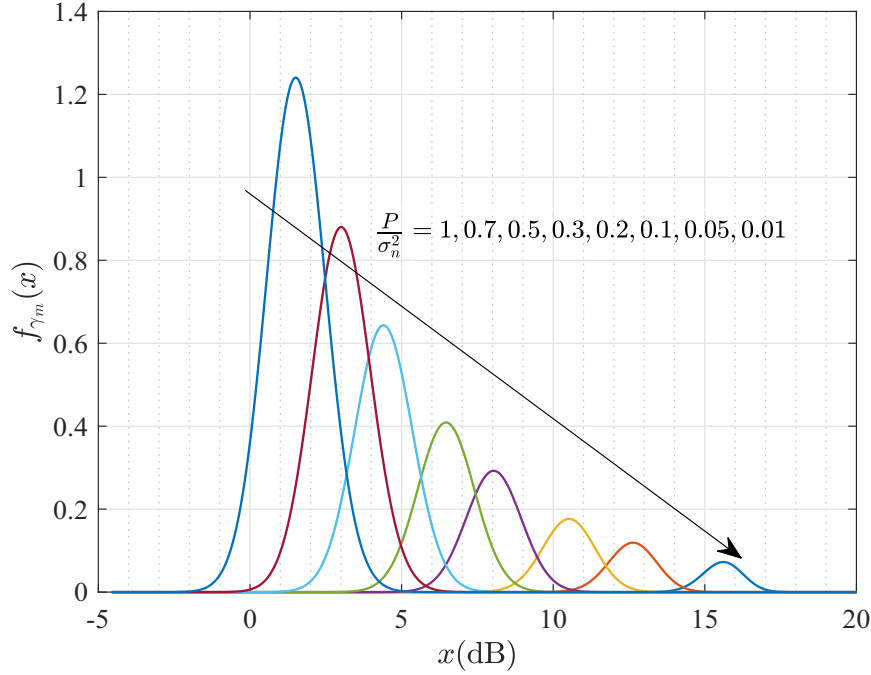
La figure III.1 illustre le cas où la puissance de chaque signal interférant est faible. Dans ce cas, nous observons que les distributions se translatent vers la droite en augmentant le RSB, ce qui se traduit par une amélioration considérable des performances. À moyen et à fort RSB, le RSBI en sortie peut dépasser 13 dB. Notons évidemment qu'une meilleure performance du système est définie par le fait que la probabilité d'avoir le plus grand RSBI en sortie est élevée. À faible RSB, une dégradation des performances est présente à cause de la dépendance au bruit, mais le RSBI peut dépasser 10 dB. Cela montre que le récepteur S-MMSE présente de bonnes performances grâce à sa robustesse face aux interférences à faible puissance.



**FIGURE III.2** – Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur  $m$  pour  $L = 32$ ,  $M = I = 16$  et  $P = 0.3$ .

Par ailleurs, lorsque les interférences inter-cellulaires ont une puissance plus forte, tel qu'illustré par la figure III.2, nous remarquons une dégradation des performances en comparant avec la figure précédente. En outre, en augmentant le RSB de 0 à 15 dB, une légère différence entre les courbes est constatée. Cela montre que la performance du récepteur S-MMSE est limitée par l'effet d'interférences.

La figure III.3 montre un scénario différent avec  $L = 64$ ,  $M = 16$ ,  $I = 32$  et en faisant varier le rapport  $\frac{P}{\sigma_n^2}$  entre 0.01 et 1. Nous signalons ici que le nombre d'interférants provenant d'autres cellules est beaucoup plus grand que le nombre d'utilisateurs désirés. C'est le scénario le plus souvent adopté en MIMO massif. Nous remarquons que lorsque l'écart entre la puissance du bruit et la puissance d'interférence inter-cellulaire



**FIGURE III.3** – Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur  $m$  avec  $L = 64$ ,  $M = 16$ ,  $I = 32$  et pour différentes valeurs du  $\frac{P}{\sigma_n^2}$ .

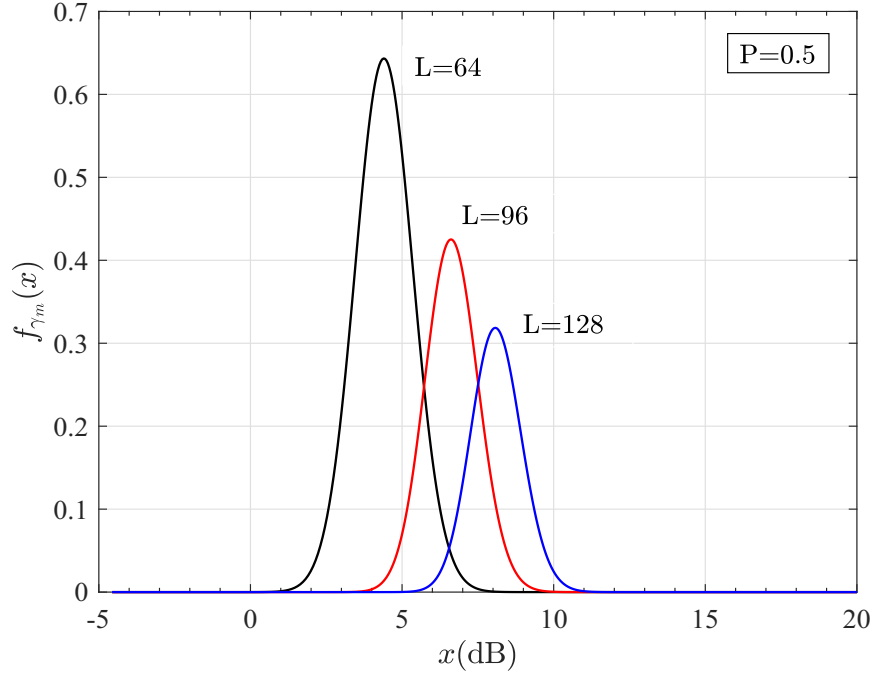
augmente, les performances se dégradent. Ceci est justifié par l’insuffisance de degrés de liberté afin de combattre les effets d’interférences et d’évanouissements, surtout dans le régime à fortes interférences inter-cellulaires.

La figure III.4 présente le même scénario que la figure III.3, mais pour des réseaux d’antennes différents  $L = \{64, 96, 128\}$  et en fixant  $P$  à 0.5. Nous observons qu’en augmentant le nombre d’antennes à la BS, les performances du système sont relativement meilleures. En effet, en comparant les courbes correspondant aux cas  $L = 64$  et  $L = 128$ , le gain en RSBI apporté est d’environ 3 dB. Toutefois, cette augmentation importante du nombre d’antennes engendre une complexité matérielle accrue.

## 4.2 Analyse du taux d’erreur binaire (TEB)

Dans cette section, nous allons déterminer l’expression analytique du TEB du récepteur linéaire S-MMSE dans un canal de Rayleigh MIMO massif en présence des signaux interférants des autres cellules ayant une puissance identique.

Pour les modulations par déplacement de fréquence non cohérentes (NCFSK - non-coherent-frequency-shift keying) ou les modulations par déplacement de phase différentiel (DPSK - differential-phase-shift keying), la probabilité d’erreur moyenne est définie



**FIGURE III.4** – Densité de probabilité du RSBI en sortie du récepteur S-MMSE pour un utilisateur  $m$  pour différentes valeurs de  $L$  avec  $M = 16$ ,  $I = 32$ ,  $P = 0.5$  et  $\text{RSB} = 0\text{dB}$ .

par la formule suivante [59] :

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\xi\gamma} f_{\gamma_{\text{S-MMSE},m}}(\gamma) d\gamma. \quad (\text{III.46})$$

$$\xi = \begin{cases} 1, & \text{pour DBPSK,} \\ \frac{1}{2}, & \text{pour BFSK.} \end{cases} \quad (\text{III.47})$$

En se basant sur la borne inférieure du RSBI obtenue à la section précédente, nous dérivons une expression de la borne supérieure de la probabilité d'erreur binaire, notée simplement par  $\hat{P}_e$ . En utilisant (III.39), l'expression de la probabilité  $\hat{P}_e$  peut être calculée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \hat{P}_e &= \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\xi\gamma} f_{\gamma_m^l}(\gamma) d\gamma, \\ &= \frac{1}{2 \Gamma(I) \Gamma(\alpha) \theta^\alpha} \sum_{k=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{k} \frac{\Gamma(I+k)}{\left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^k} \int_0^\infty \frac{e^{-\left(\frac{1}{\theta} + \xi\right)\gamma} \gamma^{\alpha-1}}{\left(1 + \frac{P\gamma}{\sigma_n^2}\right)^{I+k}} d\gamma, \\ &\stackrel{(a)}{=} \frac{1}{2 \Gamma(I) \Gamma(\alpha)} \sum_{k=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{k} \Gamma(I+k) \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^{\alpha-k} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{\sigma_n^2}{P}(\xi\theta+1)s} s^{\alpha-1}}{(1+s)^{I+k}} ds, \end{aligned} \quad (\text{III.48})$$

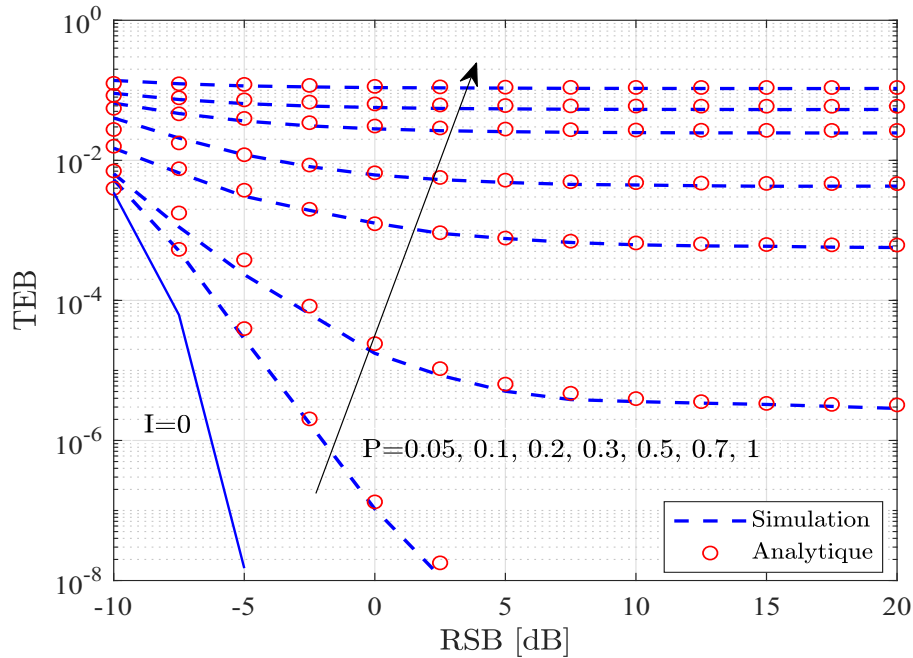
où l'étape (a) est obtenue en faisant le changement de variable  $s = \frac{P\gamma}{\sigma_n^2\theta}$ . Ensuite, l'intégrale peut être évaluée en utilisant [60, eq.9.211-4] et l'expression de la borne supérieure de la probabilité d'erreur moyenne est finalement donnée par :

$$\hat{P}_e = \frac{1}{2\Gamma(I)} \sum_{k=0}^{\alpha} \binom{\alpha}{k} \Gamma(I+k) \left(\frac{\sigma_n^2}{P}\right)^{\alpha-k} \Psi\left(\alpha, \alpha - I - k + 1; \frac{\sigma_n^2}{P}(\xi\theta + 1)\right), \quad (\text{III.49})$$

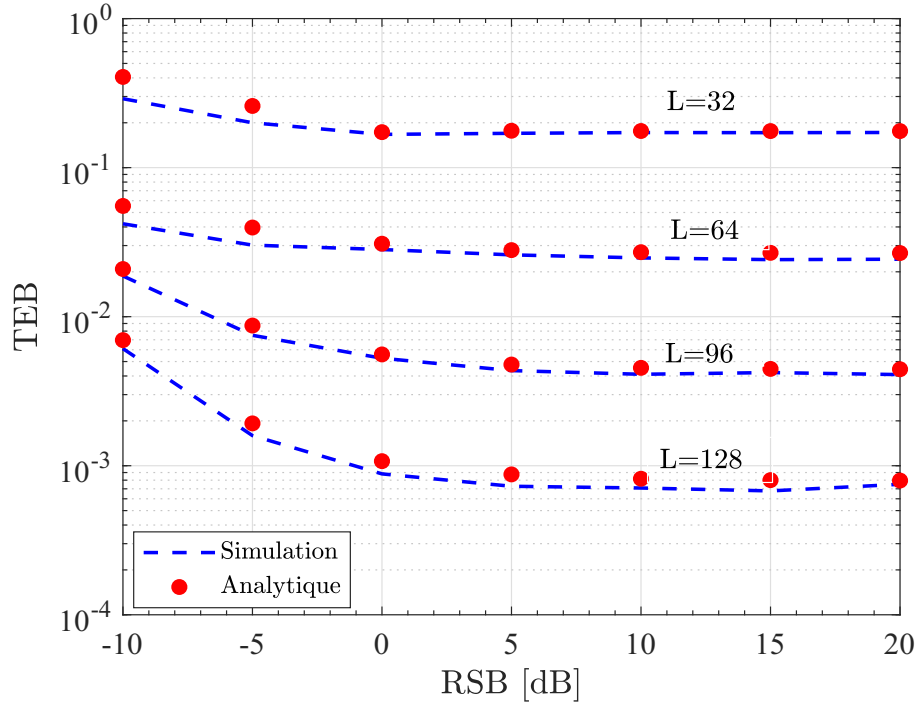
où  $\Psi(a, b; z)$  représente la fonction hypergéométrique confluyente du second ordre (ou fonction de Tricomi).

La figure III.5 illustre l'effet des interférences inter-cellulaires sur les performances d'un récepteur S-MMSE pour un système MIMO massif modulé en DPSK et ce, en terme du TEB versus le RSB. Nous considérons les paramètres de simulation suivants :  $L = 64$ ,  $M = 16$ ,  $I = 32$  et  $P = \{0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1\}$ . Les courbes en pointillés sont obtenues par la simulation de MC, alors que les points de marqueurs correspondent à l'expression analytique donnée par l'équation (III.49). Aussi, la courbe pleine correspond au cas d'absence d'interférences inter-cellulaires ( $I = 0$ ), qui sert comme référence. Il est clair que les résultats théoriques sont conformes avec les résultats de simulations.

Il ressort en outre des simulations que les performances se dégradent lorsque la puissance de chaque interférent augmente. En effet, nous observons que pour atteindre un TEB de l'ordre de  $10^{-3}$ , la puissance  $P$  doit être inférieure à 0.2 pour un RSB de 2 dB.



**FIGURE III.5** – TEB moyen en fonction du RSB pour un système MIMO massif modulé en DPSK et utilisant le récepteur S-MMSE pour  $L = 64$ ,  $M = 16$ ,  $I = 32$  et différentes valeurs de  $P$ .



**FIGURE III.6** – TEB moyen en fonction du RSB pour différents réseaux d’antennes  $L$  avec  $M = 16$ ,  $I = 32$  et  $P = 0.5$ .

D’autre part, lorsque les signaux interférants sont à forte puissance, l’erreur résiduelle est forte et les courbes de performance demeurent quasi constantes. Cette erreur dépend principalement de la disponibilité des degrés de liberté. Ceci justifie l’insuffisance de la technique S-MMSE dans un régime à fortes interférences.

La figure III.6 montre l’effet de l’augmentation du nombre d’antennes sur les performances du récepteur S-MMSE dans un régime à fortes interférences ( $P = 0.5$ ). Nous observons une légère amélioration des performances en termes du TEB lorsque  $L$  augmente. À titre d’exemple, en comparant les deux courbes correspondant aux cas  $L = 64$  et  $L = 96$ , le gain apporté est d’environ  $10^{-1}$ . Toutefois, le gain est moins important par rapport au coût en complexité engendré. En outre, pour  $L = 128$ , un TEB de l’ordre de  $10^{-3}$  est atteint à un RSB de 0 dB. Néanmoins, quand le RSB augmente, l’erreur due aux interférences résiduelles irréductibles persiste.

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié analytiquement les performances du récepteur S-MMSE dans un canal MIMO massif de Rayleigh non corrélé en présence d’interférences inter-cellulaires. Pour ce faire, nous avons proposé une borne pour le RSBI en sortie. Par

la suite, nous avons dérivé des expressions analytiques de la densité de probabilité du RSBI et de la probabilité d'erreur moyenne. Les résultats des simulations ont confirmé la validité et la précision des expressions analytiques.

Il ressort en outre des simulations que le récepteur S-MMSE offre de bonnes performances dans le régime à faibles interférences. Par contre, dans le régime à fortes interférences, le récepteur S-MMSE présente une dégradation significative des performances. Néanmoins, une augmentation de la taille du réseau d'antennes permet d'améliorer légèrement les performances du système au prix d'une augmentation de la complexité numérique et matérielle.

---

# Chapitre IV

---

## Schémas de réception proposés

### 1 Introduction

Pour un système MIMO massif multi-cellulaires, les performances sont limitées par les interférences provenant d'autres cellules, qui provoquent la contamination de pilote [1]. Les résultats du chapitre précédant ont montré que le récepteur S-MMSE ne garantit pas la réduction de ces interférences.

Toutefois, d'autres travaux ont récemment introduit le récepteur multi-cell MMSE (M-MMSE) pour des scénarios multi-cellulaires [20, 49, 50, 61], qui exploite les réalisations des canaux de tous les utilisateurs désirés et interférants. Ces travaux montrent que les interférences intra- et inter-cellules ainsi que le bruit thermique peuvent être complètement éliminés par le récepteur M-MMSE, à condition qu'il ait une parfaite CSI au récepteur. En outre, il a été démontré dans [50], que pour des scénarios multicellulaires, les canaux d'interférences inter-cellulaires peuvent être estimés sans ajouter des pilotes supplémentaires. Le récepteur M-MMSE permet une amélioration tangible des performances par rapport au récepteur S-MMSE. Cependant, cette technique nécessite une énorme complexité de calcul qui augmente de manière polynômiale d'ordre cubique avec la taille du réseau d'antennes.

Par ailleurs, les récepteurs s'appuyant sur le concept à 2 couches ont reçu récemment plus d'attention dans la littérature [62–64]. Bien que les schémas à combinaison hiérarchiques soient sous-optimaux, ils sont plus économes et beaucoup plus simples en terme d'implémentation. Par conséquent, étant donné un grand réseau d'antennes, l'atteinte d'un certain compromis entre la performance du système et la complexité suscite un grand intérêt.

Dans ce chapitre, nous proposons, dans un premier temps, un récepteur linéaire en s'appuyant sur le concept à 2 couches qui présente moins de complexité que le récepteur M-MMSE. Ensuite, les performances du schéma proposé sont évaluées par simulation et comparées avec celles obtenues par les techniques de réception conventionnelles S-MMSE et M-MMSE. Par la suite, nous proposons également un deuxième schéma de traitement du signal en s'appuyant sur le concept multi-couches. Nous examinons aussi la complexité de calcul des algorithmes proposés.

## 2 Formulation du problème

### 2.1 Modèle du système

Considérons un système MIMO massif composé de  $M$  utilisateurs désirés et de  $I$  interférants. Chaque BS MIMO massif est équipée de  $L$  antennes avec  $L \gg M$ . Le signal  $\mathbf{x}$  reçu par la BS est donné par :

$$\mathbf{x} = \sqrt{P_0} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{H}' \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{s}' + \mathbf{n}, \quad (\text{IV.1})$$

où  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{L \times M}$ ,  $\mathbf{H}' \in \mathbb{C}^{L \times I}$ ,  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ,  $\mathbf{s}' \in \mathbb{C}^{I \times 1}$  et  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$  ont les mêmes propriétés que celles définies à la section 2 du chapitre précédent. Nous supposons ici que la puissance moyenne reçue de chaque utilisateur actif est  $P_0$ . Aussi,  $\mathbf{P}$  est une matrice diagonale définie par  $[\mathbf{P}]_{ii} = P_i$  où  $P_i$  est la puissance reçue du  $i$ -ème interférant. Tous les signaux désirés ont donc un RSB de  $\frac{P_0}{\sigma_n^2}$ .

Dans un environnement multi-cellulaires en liaison montante, le contrôle de puissance permet à la BS de recevoir les signaux d'une même cellule avec une puissance constante et homogène. Par contre, le contrôle de puissance ajuste les puissances des signaux provenant d'autres cellules adjacentes par d'autre BS. De ce fait, les interférences inter-cellulaires ont des puissances inégales.

### 2.2 Récepteurs conventionnels

Avec un CSI parfait, le vecteur de symboles estimés est donné par :

$$\mathbf{z} = \mathbf{W} \mathbf{x}, \quad (\text{IV.2})$$

où  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{M \times L}$  est la matrice de poids du filtre de réception. Notons  $\mathbf{w}_m$  la  $m$ -ème ligne de  $\mathbf{W}$ , laquelle représente le vecteur de poids associé à un utilisateur  $m$ . Ainsi, le  $m$ -ème



élément de  $\mathbf{z}$ , qui est l'estimation de  $s_m$ , est donné par :

$$\begin{aligned} z_m &= \mathbf{w}_m^H \mathbf{x} \\ &= \underbrace{\sqrt{P_0} \mathbf{w}_m^H \mathbf{h}_m s_m}_{\text{signal désiré}} + \underbrace{\sum_{n \neq m}^M \sqrt{P_0} \mathbf{w}_m^H \mathbf{h}_n s_n}_{\text{interférence intra-cellulaire}} + \underbrace{\sum_{i=1}^I \sqrt{P_i} \mathbf{w}_m^H \mathbf{h}_i' s_i'}_{\text{interférence inter-cellulaire}} + \underbrace{\mathbf{w}_m^H \mathbf{n}}_{\text{bruit}}. \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

### 2.2.1 S-MMSE

Le récepteur S-MMSE minimise l'erreur quadratique moyenne en supposant que la BS n'a connaissance que de la matrice de canal des  $M$  utilisateurs désirés. Le récepteur S-MMSE traite alors le terme d'interférence inter-cellulaire comme un bruit non corrélé dans le calcul des vecteurs de poids, lequel est donné par :

$$\mathbf{W}_{\text{S-MMSE}}^H = \left( P_0 \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \mathbf{R}_i + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \sqrt{P_0} \mathbf{H}, \quad (\text{IV.4})$$

où  $\mathbf{R}_i \in \mathbb{C}^{L \times L}$  est la matrice de covariance des interférences inter-cellulaires, qui vaut  $\mathbf{R}_i \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{H}' \mathbf{H}'^H\} = \sum_{i=1}^I P_i \mathbf{I}_L$ . Le récepteur S-MMSE nécessite l'opération d'inversion de matrice de taille  $L \times L$ , mais cette dimension peut être réduite en appliquant le lemme d'inversion matricielle [51, Ch.4.11]. Alors, nous obtenons une forme alternative de  $\mathbf{W}_{\text{S-MMSE}}$  telle que :

$$\mathbf{W}_{\text{S-MMSE}} = \left( P_0 \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \left( \sum_{i=1}^I P_i + \sigma_n^2 \right) \mathbf{I}_M \right)^{-1} \sqrt{P_0} \mathbf{H}^H. \quad (\text{IV.5})$$

Par conséquent, la complexité de calcul est cubique en  $M$ , i.e.  $\mathcal{O}(M^3)$ .

### 2.2.2 M-MMSE

Le récepteur M-MMSE tient en compte explicitement les canaux désirés à partir de la cellule d'intérêt (où il y a un CSI parfait) et les canaux des interférants (hors cellule). Le vecteur de poids correspondant pour un utilisateur  $m$  s'écrit alors comme suit [48, 50] :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{M-MMSE},m} &= \left( P_0 \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \mathbf{H}' \mathbf{P} \mathbf{H}'^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1} \sqrt{P_0} \mathbf{h}_m, \\ &= \sqrt{P_0} \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{h}_m, \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

où  $\mathbf{R}_x \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x} \mathbf{x}^H\}$  représente la matrice de covariance du signal reçu. Bien que cette formulation ne requiert pas l'estimation des canaux des  $I$  interférants, une opération d'inversion de matrice de taille  $L \times L$  est nécessaire dans le calcul des vecteurs de poids

du filtre de réception et il s'ensuit que la complexité de calcul devient énorme dans un scénario MIMO massif.

Il est primordial de souligner que dans [65, 66], nous avons adopté la notation OC pour décrire le récepteur décrit par l'équation (IV.6). En effet, il a été démontré dans [24] que les récepteurs MMSE et OC sont équivalents avec un choix arbitraire du facteur d'échelle.

### 3 Récepteur linéaire à 2 couches

Étant donné un grand réseau d'antennes, il est intéressant de développer des algorithmes de réception qui présentent moins de complexité que le récepteur M-MMSE et plus de performance que le récepteur S-MMSE. Afin de bénéficier de la robustesse du récepteur M-MMSE face aux interférences inter-cellulaires tout en maintenant une complexité raisonnable, une modification du schéma de réception est alors proposée dans ce travail.

#### 3.1 Principe

Le schéma de réception proposé s'appuyant sur le concept à 2 couches est décrit dans la figure IV.1. En effet, il comprend deux étapes de base :

1. subdiviser la matrice d'antennes à grande échelle  $\mathbf{H}$  de taille  $L \times M$  en un ensemble de sous-groupes d'antennes. Donc le réseau de taille  $L$  sera décomposé en  $K$  sous-groupes de  $N$  antennes, où  $L = KN$ . Par la suite, il suffit d'appliquer le récepteur M-MMSE au niveau de chaque sous-groupe (première couche de traitement);
2. combiner les sorties résultantes du premier niveau à l'aide du combineur MRC ou du récepteur M-MMSE (deuxième couche de traitement).

Il est important de noter que selon cette architecture, toutes les antennes sont équipées d'un frontal RF et la première couche de traitement dans chaque sous-groupe est effectuée dans le domaine numérique. En outre, les schémas de réception proposés sont désignés par M-MMSE/MRC et M-MMSE/M-MMSE selon le traitement appliqué à la deuxième couche. Il est à noter que la subdivision de la matrice d'antennes est représentée par  $L = K \times N$ . Aussi, l'indice  $k \in [1 \cdots K]$  indique le sous-groupe correspondant. Dans ce qui suit, nous décrivons en détail les algorithmes de réception proposés.

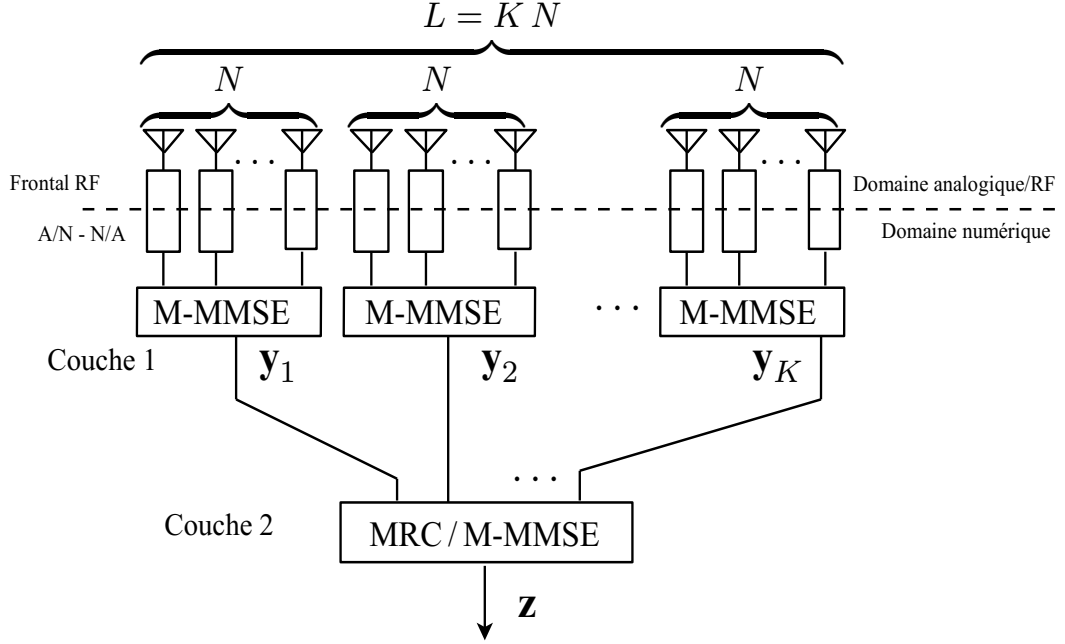


FIGURE IV.1 – Schéma de traitement à deux couches à la station de base du système MIMO massif

## 3.2 Algorithmes proposés : M-MMSE/MRC et M-MMSE/M-MMSE

### 3.2.1 Première couche de traitement

Afin de réduire les interférences inter-cellulaires, la première couche de traitement implémente le récepteur M-MMSE à chaque sous-groupe. Ainsi, les signaux en sortie de la première couche de traitement pour les  $M$  utilisateurs sont calculés comme suit :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{W}_k \mathbf{x}_k, \quad \text{pour } k = 1, \dots, K \quad (\text{IV.7})$$

où  $\mathbf{y}_k = [y_{1k}, y_{2k}, \dots, y_{Mk}]^T$ ,  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  et  $\mathbf{W}_k \in \mathbb{C}^{M \times N}$  sont respectivement les portions du vecteur signal reçu  $\mathbf{x}$  et la matrice de poids correspondant au  $k$ -ème sous-groupe. Notons  $\mathbf{R}_{x_k}$  la matrice de covariance de  $\mathbf{x}_k$ , laquelle est donnée par :

$$\mathbf{R}_{x_k} \triangleq E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\} = P_0 \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H + \mathbf{H}_k' \mathbf{P} \mathbf{H}_k'^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N, \quad (\text{IV.8})$$

où  $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N \times M}$  et  $\mathbf{H}_k' \in \mathbb{C}^{N \times I}$  sont respectivement les portions des matrices  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{H}'$  correspondant au  $k$ -ème sous-groupe. La  $m$ -ème ligne de  $\mathbf{W}_k$ , notée  $\mathbf{w}_{mk}$ , peut être calculée comme suit :

$$\mathbf{w}_{mk} = \mathbf{w}_{\text{M-MMSE},mk}^H = \sqrt{P_0} \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1}, \quad (\text{IV.9})$$

où  $\mathbf{h}_{mk}$  est la  $m$ -ème colonne de  $\mathbf{H}_k$  et représente le vecteur de canal correspondant à l'utilisateur  $m$  et au sous-groupe  $k$ . En se basant sur les équations (IV.7) et (IV.9), la sortie de la première couche de traitement pour un utilisateur  $m$  donné peut s'écrire comme suit :

$$y_{mk} = \sqrt{P_0} \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}_{mk} s_m + \sqrt{P_0} \sum_{n \neq m}^M \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}_{nk} s_n + \sum_{i=1}^I \sqrt{P_i} \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}'_{ik} s'_i + \mathbf{w}_{mk} \mathbf{n}_k, \quad (\text{IV.10})$$

où le premier terme, noté  $y_{d,mk}$ , est la partie désirée de la sortie de la première couche de traitement, tandis que les termes restants, désignés par  $y_{I+N,mk}$ , représentent la contribution d'interférence et du bruit.

### 3.2.2 Deuxième couche de traitement

La deuxième couche de traitement implémente le combineur MRC ou le récepteur M-MMSE, selon le choix de la taille du sous-groupe  $N$  par rapport au nombre d'utilisateurs désirés et interférants. De ce fait, nous pouvons distinguer trois cas :

1. Cas 1 :  $N \leq M$ , i.e., la taille du sous-groupe est inférieure au nombre des signaux désirés. Dans ce cas, puisque plusieurs signaux sont pris en compte lors du calcul des poids M-MMSE, aucun degré de liberté ne reste au niveau de chaque sous-groupe pour réduire les interférences et les évanouissements multi-trajets. En effet, il reste une certaine interférence résiduelle à la sortie de la première couche. De plus, l'interférence intra-cellulaire est la partie la plus dominante de l'interférence totale car sa puissance est du même ordre que le signal désiré.
2. Cas 2 :  $M \leq N \leq M + I$ , i.e., la taille du sous-groupe est supérieure au nombre des signaux désirés et inférieure au nombre total d'utilisateurs. Dans ce cas, la puissance d'interférence intra-cellulaire est considérablement réduite, même s'il existe aussi des interférences résiduelles provenant d'autres cellules ayant une puissance plus faible. Ainsi, la performance du système est meilleure que celle du premier cas.
3. Cas 3 :  $M + I \leq N$ , i.e., la taille du sous-groupe est supérieure au nombre total d'utilisateurs. Dans ce cas, plus de degrés de liberté sont disponibles et l'interférence résiduelle à la sortie de la première couche est considérablement réduite. Par conséquent, le combineur MRC appliqué à la deuxième couche de traitement est efficace pour atteindre une performance sous-optimale. Nous proposons ici de combiner les  $K$  sorties résultantes en utilisant le MRC.

Pour les autres cas où les performances du récepteur sont limitées par les interférences, il sera plus efficace d'appliquer le récepteur M-MMSE à la deuxième couche puisqu'il permet une suppression plus efficace des interférences intra- et inter-cellulaires.

Dans la suite, nous allons calculer les poids à appliquer à la deuxième couche en se basant sur la sortie de la première couche de traitement. Nous notons  $\mathbf{v}_m$  le vecteur de poids pour l'utilisateur  $m$ . Le signal en entrée à la deuxième couche de traitement est exprimé tel que :

$$\mathbf{y}_m = \begin{bmatrix} y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mK} \end{bmatrix}^T = [y_{mk}]_{k=1 \dots K}^T, \quad (\text{IV.11})$$

où  $y_{mk}$  est donnée par l'équation (IV.10). Par conséquent, la sortie combinée à la deuxième couche pour l'utilisateur  $m$  est calculée comme suit :

$$z_m = \mathbf{v}_m^H \mathbf{y}_m. \quad (\text{IV.12})$$

Dans le cas où le combineur MRC est appliqué à la deuxième couche de traitement, le vecteur de sortie final pour l'utilisateur  $m$  peut être exprimé tel que :

$$z_m = \sum_{k=1}^K v_{mk}^* y_{d,mk} + \sum_{k=1}^K v_{mk}^* y_{I+N,mk}, \quad (\text{IV.13})$$

où  $v_{mk}$  est le poids optimal appliqué au sous-groupe  $k$ . Par conséquent, le RSBI en sortie pour l'utilisateur  $m$  est donné par :

$$\gamma_m = \frac{E \left[ \left| \sum_{k=1}^K v_{mk}^* y_{d,mk} \right|^2 \right]}{E \left[ \left| \sum_{k=1}^K v_{mk}^* y_{I+N,mk} \right|^2 \right]}, \quad (\text{IV.14})$$

$$= \frac{P_0 \left| \sum_{k=1}^K v_{mk}^* (\mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk})^2 v_{mk} \right|}{\left| \sum_{k=1}^K v_{mk}^* \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{R}_{I+N,k} \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk} v_{mk} \right|}, \quad (\text{IV.15})$$

où  $\mathbf{R}_{I+N,k}$  est la matrice de covariance des interférences plus bruit pour le signal désiré, qui peut être exprimée en utilisant (IV.8) comme suit :

$$\mathbf{R}_{I+N,k} = \mathbf{R}_{x_k} - P_0 \mathbf{h}_{mk} \mathbf{h}_{mk}^H. \quad (\text{IV.16})$$

Nous désignons l'expression  $\mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}$  par  $\rho_{mk}$ . En remplaçant (IV.16) dans (IV.15), nous obtenons :

$$\gamma_m = \left| \frac{P_0 \sum_{k=1}^K v_{mk}^* \rho_{mk}^2 v_{mk}}{\sum_{k=1}^K v_{mk}^* \rho_{mk} v_{mk} - P_0 \sum_{k=1}^K v_{mk}^* \rho_{mk}^2 v_{mk}} \right| \quad (\text{IV.17})$$

Afin de maximiser le RSBI en sortie, nous cherchons souvent les zéros de sa dérivée. En prenant alors la dérivée de  $\gamma_m$  par rapport à  $v_{mk}^*$ , nous obtenons :

$$\left| \sum_{k=1}^K \rho_{mk}^2 v_{mk} \right| \left| \sum_{k=1}^K v_{mk}^* \rho_{mk} v_{mk} \right| - \left| \sum_{k=1}^K \rho_{mk} v_{mk} \right| \left| \sum_{k=1}^K v_{mk}^* \rho_{mk}^2 v_{mk} \right| = 0. \quad (\text{IV.18})$$

En appliquant l'inégalité de Cauchy-Schwarz, nous avons :

$$\left| \sum_{k=1}^K v_{mk}^* \rho_{mk} v_{mk} \right| \leq \sum_{k=1}^K |v_{mk}|^2 \sum_{k=1}^K |\rho_{mk}|. \quad (\text{IV.19})$$

De plus, les deux membres sont égaux lorsque  $v_{mk}^* = \alpha \sqrt{\rho_{mk}}$ , pour  $\alpha \neq 0$ . Par conséquent, le poids optimal du combineur MRC est alors :

$$v_{\text{MRC},mk}^* = v_{mk}^* = \sqrt{\mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}}. \quad (\text{IV.20})$$

Dans le cas où le récepteur M-MMSE est appliqué à la deuxième couche de traitement, le vecteur de poids optimal pour l'utilisateur  $m$  est donné par :

$$\mathbf{v}_{\text{M-MMSE},mk} = \mathbf{R}_{y_m}^{-1} \mathbf{d}_m, \quad (\text{IV.21})$$

où  $\mathbf{R}_{y_m} \triangleq \mathbb{E}[\mathbf{y}_m \mathbf{y}_m^H] \in \mathbb{C}^{K \times K}$  est la matrice de covariance du signal résultant du traitement de la première couche. Notons que  $\mathbf{R}_{x_n x_p} \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x}_n \mathbf{x}_p^H\}$ , pour  $n, p = 1, \dots, K$ . La matrice  $\mathbf{R}_{y_m}$  est calculée comme suit :

$$\mathbf{R}_{y_m} = \begin{bmatrix} P_0 \mathbf{h}_{m1}^H \mathbf{R}_{x_1}^{-1} \mathbf{h}_{m1} & P_0 \mathbf{h}_{m1}^H \mathbf{R}_{x_1}^{-1} \mathbf{R}_{x_1 x_2} \mathbf{R}_{x_2}^{-1} \mathbf{h}_{m2} & \dots & P_0 \mathbf{h}_{m1}^H \mathbf{R}_{x_1}^{-1} \mathbf{R}_{x_1 x_K} \mathbf{R}_{x_K}^{-1} \mathbf{h}_{mK} \\ P_0 \mathbf{h}_{m2}^H \mathbf{R}_{x_2}^{-1} \mathbf{R}_{x_2 x_1} \mathbf{R}_{x_1}^{-1} \mathbf{h}_{m1} & P_0 \mathbf{h}_{m2}^H \mathbf{R}_{x_2}^{-1} \mathbf{h}_{m2} & \dots & P_0 \mathbf{h}_{m2}^H \mathbf{R}_{x_2}^{-1} \mathbf{R}_{x_2 x_K} \mathbf{R}_{x_K}^{-1} \mathbf{h}_{mK} \\ \dots & \ddots & \dots & \dots \\ P_0 \mathbf{h}_{mK}^H \mathbf{R}_{x_K}^{-1} \mathbf{R}_{x_K x_1} \mathbf{R}_{x_1}^{-1} \mathbf{h}_{m1} & P_0 \mathbf{h}_{mK}^H \mathbf{R}_{x_K}^{-1} \mathbf{R}_{x_K x_2} \mathbf{R}_{x_2}^{-1} \mathbf{h}_{m2} & \dots & P_0 \mathbf{h}_{mK}^H \mathbf{R}_{x_K}^{-1} \mathbf{h}_{mK} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.22})$$

De plus, en utilisant (IV.9) et (IV.10), le vecteur de canal  $\mathbf{d}_m$  pour l'utilisateur  $m$  est exprimé tel que :

$$\mathbf{d}_m = \begin{bmatrix} P_0 \mathbf{h}_{m1}^H \mathbf{R}_{x_1 x_1}^{-1} \mathbf{h}_{m1} \\ \vdots \\ P_0 \mathbf{h}_{mK}^H \mathbf{R}_{x_K x_K}^{-1} \mathbf{h}_{mK} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.23})$$

Par conséquent, il s'ensuit que la sortie du récepteur à deux couches pour les  $M$  utilisateurs désirés est donnée par :

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^H \mathbf{y}_1 & \dots & \mathbf{v}_M^H \mathbf{y}_M \end{bmatrix}^T = \left[ \mathbf{v}_m^H \mathbf{y}_m \right]_{m=1 \dots M}^T, \quad (\text{IV.24})$$

où

$$\mathbf{v}_m^H = \begin{cases} \mathbf{v}_{\text{MRC},m}^H = \left[ \sqrt{\mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}} \right]_{k=1 \dots K}, & \text{pour MRC,} \\ \mathbf{v}_{\text{M-MMSE},m}^H = \mathbf{d}_m^H \mathbf{R}_{y_m}^{-1}, & \text{pour M-MMSE.} \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

### 3.3 Analyse de complexité de calcul

Nous analysons la complexité de calcul en termes de nombre des opérations arithmétiques complexes nécessaires pour calculer tous les vecteurs de poids. Le tableau IV.1 compare la complexité des récepteurs conventionnels avec les schémas de réception proposés. À partir des équations (IV.5), (IV.6), (IV.9) et (IV.25), le calcul des poids nécessite l'opération d'inversion de matrice. Étant donné  $M \ll L = K \times N$ , nous constatons que les complexités asymptotiques pour les récepteurs S-MMSE et M-MMSE valent respectivement  $\mathcal{O}(LM^2)$  et  $\mathcal{O}(L^3)$ . Ainsi, il est clair que le récepteur S-MMSE a une complexité de calcul inférieure à celle du récepteur M-MMSE, mais il n'est pas robuste face aux CCI.

En outre, nous constatons que le récepteur proposé à deux couches M-MMSE/MRC a une complexité réduite par rapport à celle du récepteur M-MMSE. La complexité est réduite de  $\mathcal{O}(L^3)$  à  $\mathcal{O}(KN^3)$ . Afin d'améliorer les performances du récepteur M-MMSE/MRC lorsque la taille du sous-groupe  $N$  est inférieure au nombre total d'utilisateurs, i.e.  $N < M + I$ , nous proposons d'appliquer le récepteur M-MMSE à la deuxième couche. Ceci requiert une complexité supplémentaire, qui vaut  $\mathcal{O}(MK^3)$ . Par conséquent, nous pouvons conclure que la complexité de calcul des récepteurs proposés est considérablement réduite, en particulier lorsque la taille du sous-groupe  $N$  est petite.

Technique	Complexité de calcul
S-MMSE	$M^3 + (3L + \frac{5}{2})M^2 + (L + \frac{1}{2})M + I + 3$
M-MMSE	$L^3 + (3M + I + 3)L^2 + (I + M)L + 2$
M-MMSE/MRC	$K \left[ N^3 + (3M + I + 3)N^2 + (I + 3M)N + 2 \right] - M$
M-MMSE/M-MMSE	$K \left[ N^3 + (3M + I + 3)N^2 + (I + M)N + 2 \right] +$ $M \left[ K^3 + (N^2 + \frac{N}{2} + \frac{5}{2})K^2 + (-N^2 + \frac{3}{2}N + \frac{1}{2})K \right]$

TABLEAU IV.1 – Complexité de calcul des différentes techniques de réception

### 3.4 Évaluation des performances

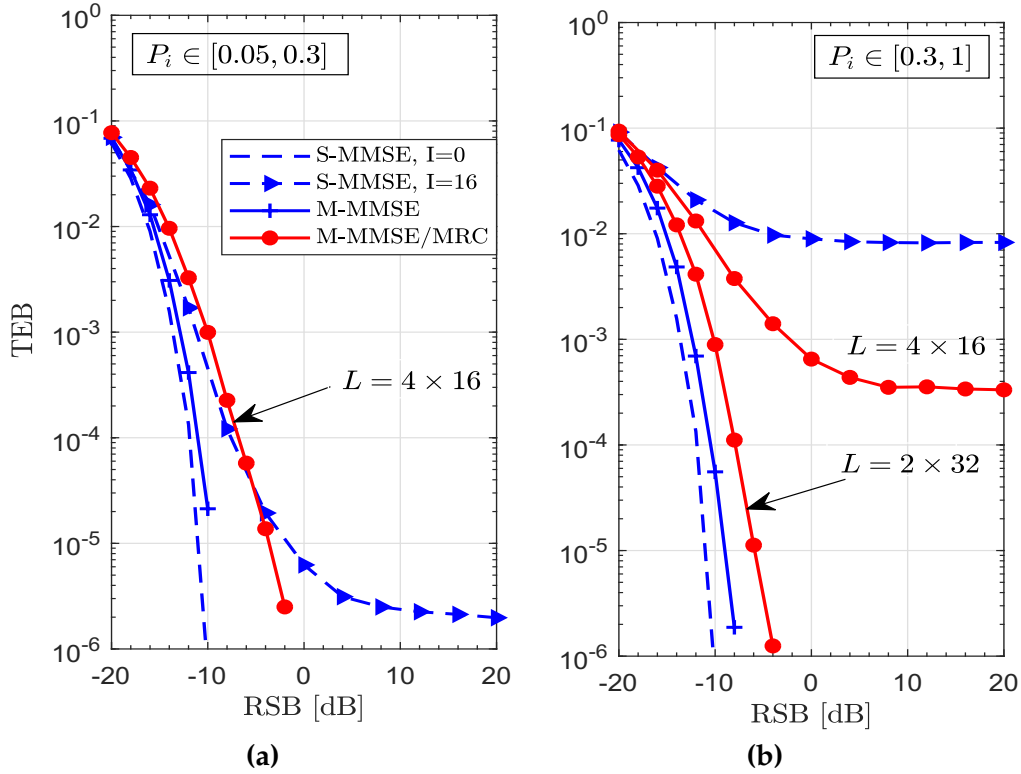
Dans cette section, nous évaluons les performances du système MIMO massif en terme de TEB par simulation de Monte-Carlo. Il est à noter que les résultats sont obtenus pour une modulation QAM. Nous supposons que le nombre de signaux interférants est deux fois plus élevé que le nombre de signaux désirés, i.e.  $I = 2M$ . Nous supposons aussi que les signaux désirés ont une puissance unitaire, et que les interférants inter-cellulaires peuvent transmettre vers la BS d'intérêt avec une puissance proche de celle du signal désiré,  $P_i \in [0, 1]$ . Ceci est dû à l'effet de masque et au contrôle de puissance.

La figure IV.2 compare les performances en TEB du schéma proposé à deux couches M-MMSE/MRC avec celles obtenues pour les récepteurs conventionnels S-MMSE et M-MMSE. Les paramètres du système simulé sont  $L = 64$ ,  $M = 8$  et  $I = 16$  et en considérant deux régimes à faibles et à fortes interférences. En effet, nous considérons deux instances correspondant aux cas où la taille de sous-groupe  $N$  est 16 et 32. La courbe en trait pointillé montre les performances en absence de CCI ( $I = 0$ ), qui sert comme référence.

Dans la figure IV.2a, la puissance de CCI varie entre 0.05 (13 dB plus faible que la puissance du signal désiré) et 0.3 (-5 dB). Il est clair que le récepteur M-MMSE apporte la performance optimale au prix d'une complexité élevée de  $\mathcal{O}(64^3)$ . Par contre, cette complexité peut être réduite à  $\mathcal{O}(4 \times 16^3)$  pour le schéma proposé. En outre, nous observons que le récepteur S-MMSE peut atteindre des performances proches de celles du récepteur M-MMSE, avec une complexité de calcul de  $\mathcal{O}(64 \times 8^2)$ . Par conséquent, nous pouvons conclure que le récepteur S-MMSE est efficace pour maintenir de bonnes performances dans un régime à faibles CCI.

Dans la figure IV.2b, nous considérons le cas où les interférences inter-cellulaires ont une forte puissance, tel que le cas d'un scénario MIMO massif typique. La puissance de





**FIGURE IV.2** – TEB en fonction du RSB pour S-MMSE, M-MMSE et M-MMSE/MRC avec  $L = 64$ ,  $M = 8$  et  $I = 16$  : (a) CCI à faible puissance,  $P_i \in [0.05, 0.3]$  (b) CCI à forte puissance  $P_i \in [0.3, 1]$ .

CCI varie entre 0.3 (-5 dB) et 1 (0 dB). D'abord, nous observons que les performances du récepteur S-MMSE se dégradent lorsque le RSB augmente. Nous remarquons aussi une saturation de TEB à une erreur non nulle due aux effets de CCI.

Étant donné que les canaux des interférants ont été explicitement pris en compte lors de la conception du récepteur proposé M-MMSE/MRC, l'effet de CCI à forte puissance peut être considérablement atténué, en particulier lorsque la taille du sous-groupe  $N$  est supérieure au nombre total d'utilisateurs, i.e.  $N > M + I$ . En effet, lorsque le réseau d'antennes de taille 64 est divisé en deux sous-groupes de 32 antennes, la complexité est réduite d'un facteur de  $2^3/2 = 4$ , pour une pénalité de performance de 2 dB (à un TEB de  $10^{-3}$ ). Tandis que pour une subdivision en 4 sous-groupes de 16 antennes, la pénalité de performance s'élève à 8 dB, mais avec une complexité beaucoup plus réduite d'un facteur de  $(4^3/4 = 16)$ . Dans ce dernier scénario, la performance présente une erreur de saturation due aux interférences résiduelles à la sortie de la première couche.

La figure IV.3 illustre un scénario de simulation différent avec  $M = 12$ ,  $I = 24$  et le nombre d'antennes à la BS est augmenté à  $L = 120$ . La puissance des signaux CCI est fixée à  $\bar{P} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I P_i = 0,55$ . Il est clair que le récepteur S-MMSE présente une erreur de saturation forte, même avec un grand réseau d'antennes. Cependant, le récepteur

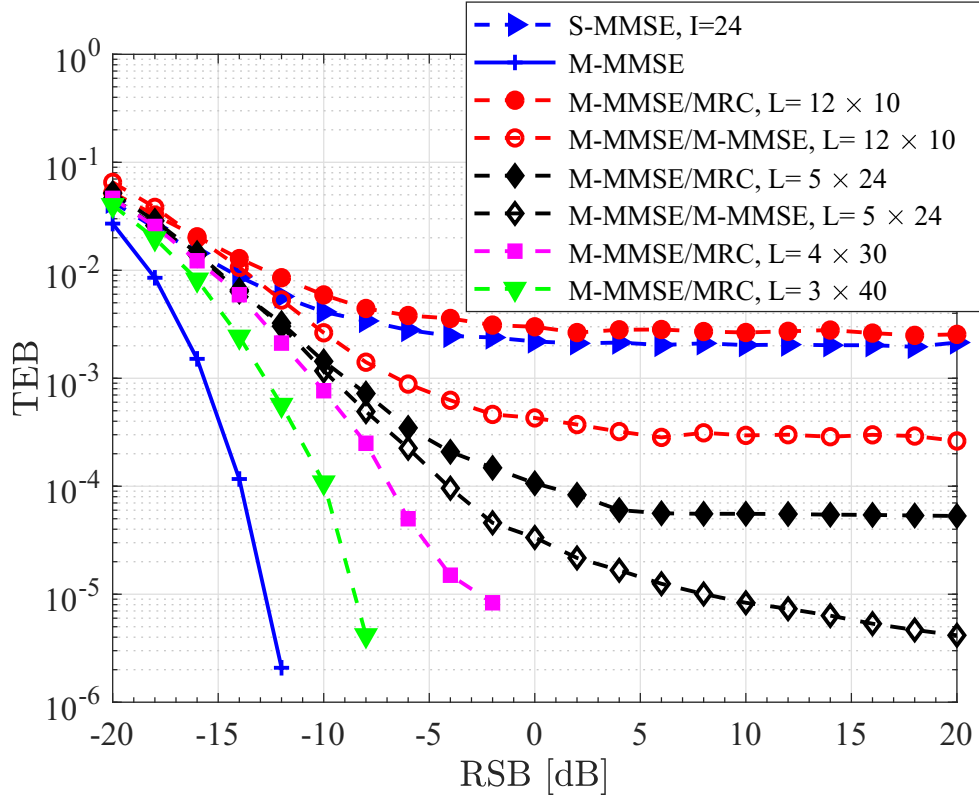


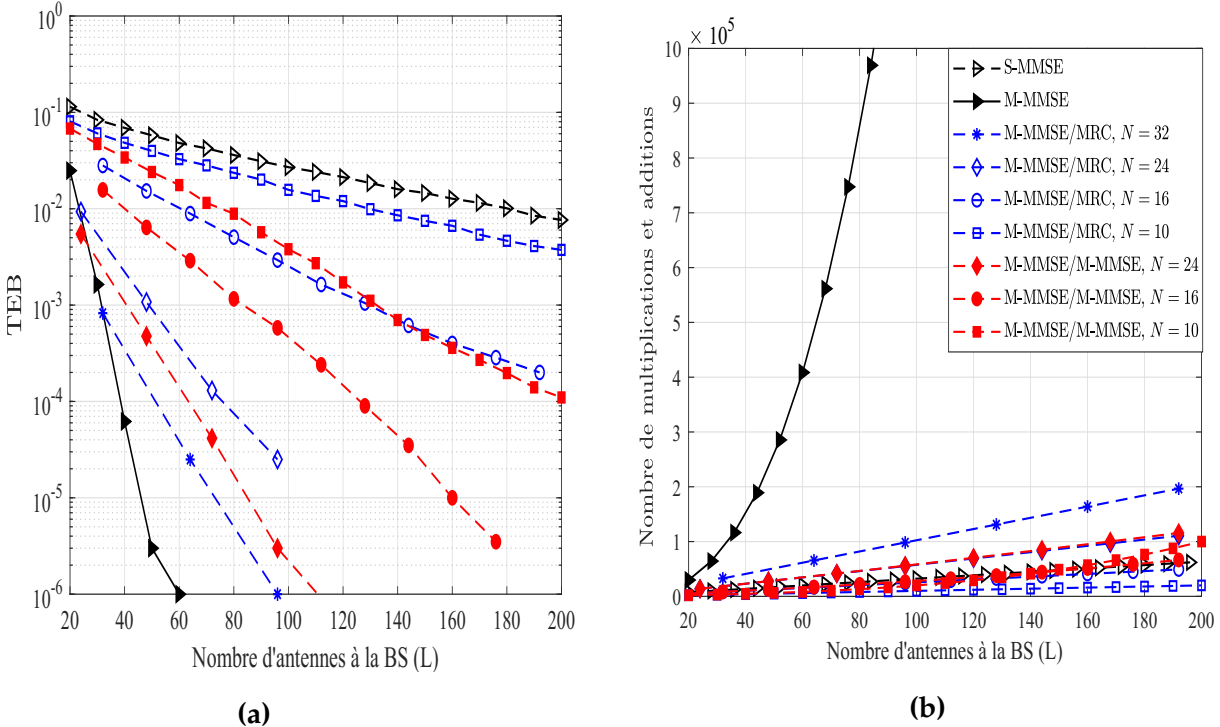
FIGURE IV.3 – TEB en fonction du RSB pour les récepteurs S-MMSE, M-MMSE, M-MMSE/MRC et M-MMSE/M-MMSE pour  $L = 120$ ,  $M = 12$  et  $I = 24$  avec  $\bar{P} = 0.55$

M-MMSE offre la meilleure performance avec une énorme complexité d'ordre  $\mathcal{O}(120^3)$ .

Nous avons tracé les performances des schémas proposés en s'appuyant sur le concept à deux couches avec différentes tailles de sous-groupes  $N = \{10, 24, 30, 40\}$ . D'abord, pour  $N = 40 > M + I$ , le récepteur M-MMSE/MRC apporte de bonnes performances proches de celles du récepteur M-MMSE, en réduisant la complexité de calcul de  $\mathcal{O}(120^3)$  à  $\mathcal{O}(3 \times 40^3)$  par un facteur de  $3^3/3 = 9$ . Cela est dû à la disponibilité de degrés de liberté à la première couche de traitement permettant une réduction significative des interférences intra- et inter-cellulaires. Ensuite, lorsque  $M < N = \{24, 30\} < M + I$ , les schémas proposés permettent une amélioration significative des performances par rapport au récepteur S-MMSE. En comparant les deux courbes du récepteur M-MMSE/MRC correspondant aux  $5 \times 24$  et  $3 \times 40$  à un TEB de  $10^{-3}$ , la pénalité de performance est de 4 dB tandis que la complexité est considérablement réduite de  $\mathcal{O}(3 \times 40^3)$  à  $\mathcal{O}(5 \times 24^3)$ .

Par ailleurs, pour  $N = 10$ , qui représente le pire scénario, les performances du récepteur M-MMSE/MRC sont médiocres à cause de l'insuffisance des degrés de liberté pour combattre les interférences. Néanmoins, en appliquant M-MMSE à la deuxième couche

de traitement, le récepteur M-MMSE/M-MMSE permet d'affaiblir l'erreur de saturation d'un facteur 10. De plus, nous observons que la courbe correspondant au récepteur M-MMSE/MRC avec  $L = 120 = 4 \times 30$  atteint un TEB de  $10^{-4}$  à un RSB de  $-7$  dB avec une complexité de calcul de  $\mathcal{O}(4 \times 30^3)$ . Le même niveau de performance peut être atteint avec le récepteur M-MMSE/M-MMSE à un RSB de  $-4$  dB avec un sous-groupe plus petit ( $N = 24$ ) et évidemment une complexité plus réduite de  $\mathcal{O}(24^3) + \mathcal{O}(12 \times 5^3)$ . Par conséquent, il est intéressant de souligner que l'implémentation du récepteur M-MMSE à la deuxième couche permet de garantir de bonnes performances tout en réduisant la complexité par rapport au scénario lorsque  $N$  est suffisamment large.



**FIGURE IV.4** – Comparaisons des performances en TEB et de la complexité de calcul en fonction du nombre d'antennes  $L$  pour tous les récepteurs avec  $M = 10$ ,  $I = 20$  et  $P_i = 0.3$ .

La figure IV.4 montre le compromis entre la performance en TEB et la complexité de calcul des récepteurs étudiés pour un nombre d'antennes à la BS variant de 20 à 200. Nous observons que le récepteur M-MMSE engendre une complexité énorme. Par contre, les méthodes de réception proposées permettent de réduire considérablement cette complexité, tout en garantissant de bonnes performances. En comparant les deux figures IV.4a et IV.4b, nous pouvons conclure qu'un bon compromis entre la complexité et la performance est atteint lorsque le choix du  $N$  est supérieur au nombre de signaux CCI, i.e.  $N > I$ .

## 4 Récepteur linéaire à multi-couches

En se basant sur les résultats précédents, l'idée est d'étendre l'approche proposée en s'appuyant sur le concept multi-couches afin de réduire davantage la complexité de calcul du récepteur. Dans cette section, nous proposons le récepteur linéaire à 3 couches, tel que présenté dans la figure IV.5.

### 4.1 Principe

Le schéma de réception proposé, décrit dans la figure IV.5, comprend trois étapes :

1. subdiviser la matrice d'antennes à grande échelle  $\mathbf{H}$  de taille  $L \times M$  en  $K$  sous-groupes d'antennes, où la taille du sous-groupe  $N$  est supérieure à  $M + I$ . Puis en divisant chaque sous-groupe  $N$  en  $Q$  sous-groupes ( $N = Q \times P$ ), nous proposons d'appliquer le récepteur M-MMSE au niveau de chaque sous-groupe (première couche de traitement);
2. combiner les  $Q$  sorties en utilisant le récepteur M-MMSE dans le  $k$ -ème sous-groupe, où  $k = 1, \dots, K$  (deuxième couche de traitement);
3. combiner les sorties résultantes en utilisant le récepteur MRC (troisième couche de traitement).

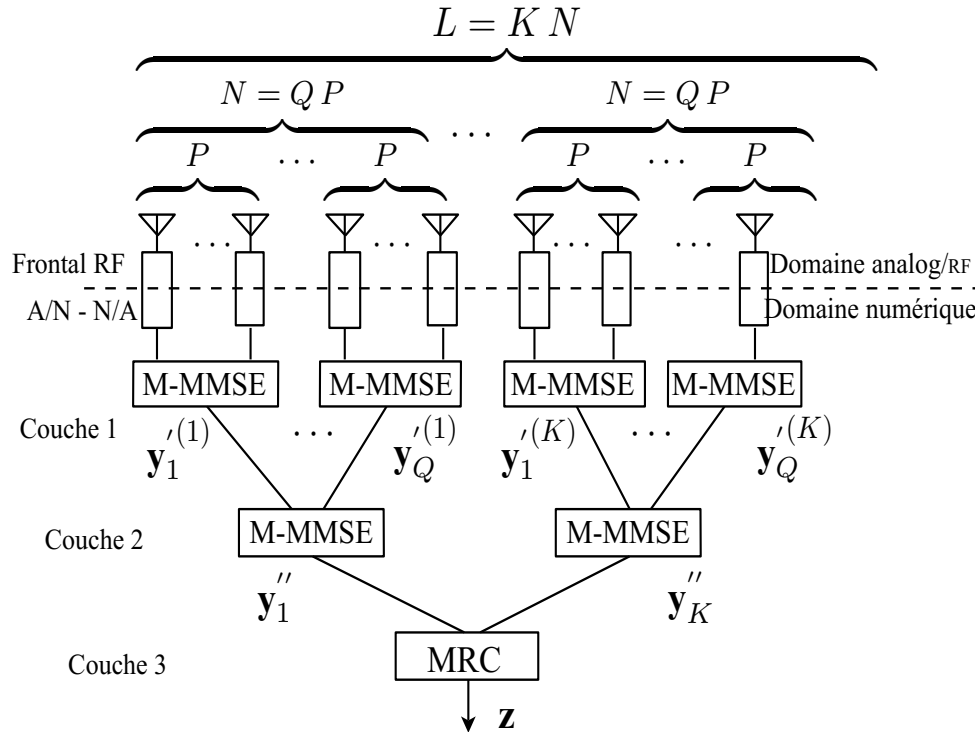


FIGURE IV.5 – Schéma de traitement multi-couches à la BS du système MIMO massif

Par la suite, nous désignons le récepteur à 3 couches par M-MMSE/M-MMSE/MRC et les subdivisions de la matrice d'antennes sont exprimées en  $L = K \times Q \times P$ .

Il est intéressant de noter que nous considérons ici le cas d'interférences inter-cellulaires à forte puissance, qui représente une configuration MIMO massif typique. Ainsi, les performances du système sont considérablement dégradées. Il convient donc de choisir le nombre d'antennes dans chaque sous-groupe supérieur aux  $M$  utilisateurs désirés et inférieur au nombre total d'utilisateurs, i.e.,  $M \leq P \leq M + I$ . Dans ce cas, l'interférence intra-cellulaire peut être réduite, mais il reste une certaine interférence résiduelle dominée par les signaux CCI. Selon cette architecture, appliquer le récepteur M-MMSE à la première et à la deuxième couche permet de bénéficier de sa capacité à atténuer les interférences. Dans ce qui suit, nous décrivons en détail le schéma de détection de base.

## 4.2 Algorithme proposé : M-MMSE/M-MMSE/MRC

### 4.2.1 Première couche de traitement

Suite à la subdivision du réseau d'antennes décrite précédemment, nous avons  $KQ$  sous-groupes. Pour simplifier la notation, nous utilisons les indices  $k$  et  $q$  pour indiquer le sous-groupe correspondant avec  $k \in [1 \cdots K]$  et  $q \in [1 \cdots Q]$ .

La première couche de traitement implémente le récepteur M-MMSE à chaque sous-groupe. Ainsi, la sortie de la première couche de traitement pour les  $M$  utilisateurs est donnée par :

$$\mathbf{y}_q'^{(k)} = \mathbf{W}_q'^{(k)} \mathbf{x}_q^{(k)}, \quad \text{pour } q = 1, \dots, Q \quad (\text{IV.26})$$

$$k = 1, \dots, K$$

où  $\mathbf{y}_q'^{(k)} = [y_{1q}'^{(k)}, y_{2q}'^{(k)}, \dots, y_{Mq}'^{(k)}]^T$ ,  $\mathbf{x}_q^{(k)} \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ , et  $\mathbf{W}_q'^{(k)} \in \mathbb{C}^{M \times P}$  sont respectivement les portions du vecteur reçu  $\mathbf{x}$  et de la matrice de poids appliquée à la première couche  $\mathbf{W}'$ , correspondant aux  $q$ -ème et  $k$ -ème sous-groupes. Nous désignons par  $\mathbf{R}_{x_q}^{(k)}$  la matrice de covariance de  $\mathbf{x}_q^{(k)}$ , qui est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{x_q}^{(k)} &\triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x}_q^{(k)} \mathbf{x}_q^{(k)H}\} \\ &= P_0 \mathbf{H}_q^{(k)} \mathbf{H}_q^{(k)H} + \mathbf{H}_q'^{(k)} \mathbf{P} \mathbf{H}_q'^{(k)H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_P, \end{aligned} \quad (\text{IV.27})$$

où les matrices  $\mathbf{H}_q^{(k)} \in \mathbb{C}^{P \times M}$  et  $\mathbf{H}_q'^{(k)} \in \mathbb{C}^{N \times I}$  représentent respectivement les portions des matrices  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{H}'$  correspondant aux  $q$ -ème et  $k$ -ème sous-groupes. Notons  $\mathbf{w}_{mq}'^{(k)}$  la

$m$ -ème ligne de  $\mathbf{W}_q^{(k)}$ , qui peut être calculée comme suit :

$$\mathbf{w}_{mq}^{(k)} = \mathbf{w}_{\text{M-MMSE},mq}^{(k)H} = \sqrt{P_0} \mathbf{h}_{mq}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_q}^{(k)-1}, \quad (\text{IV.28})$$

où  $\mathbf{h}_{mq}^{(k)}$  est la  $m$ -ème colonne de  $\mathbf{H}_q^{(k)}$  qui représente le vecteur de canal correspondant à l'utilisateur  $m$  et le sous-groupe  $q$ . Étant donné (IV.26) et (IV.28), la sortie de la première couche de traitement pour un utilisateur  $m$  donné peut être écrite comme suit :

$$y_{mq}^{(k)} = \sqrt{P_0} \mathbf{w}_{mq}^{(k)} \mathbf{h}_{mq}^{(k)} s_m + \sqrt{P_0} \sum_{n \neq m} \mathbf{w}_{mq}^{(k)} \mathbf{h}_{nq}^{(k)} s_n + \sum_{i=1}^I \sqrt{P_i} \mathbf{w}_{mq}^{(k)} \mathbf{h}_{iq}^{(k)} s_i + \mathbf{w}_{mq}^{(k)} \mathbf{n}_q^{(k)}, \quad (\text{IV.29})$$

où le premier terme de l'équation (IV.29), noté par  $y_{d,mq}^{(k)}$ , est la partie désirée du signal en sortie de la première couche, tandis que les termes restants, notés par  $y_{I+N,mq}^{(k)}$ , représentent les interférences et le bruit.

#### 4.2.2 Deuxième couche de traitement

La deuxième couche de traitement implémente le récepteur M-MMSE. En se basant sur le signal en sortie de la première couche, nous allons trouver les poids du filtre de réception M-MMSE. Le signal en entrée à la deuxième couche de traitement pour l'utilisateur  $m$  est exprimé tel que :

$$\mathbf{y}_m^{(k)} = \begin{bmatrix} y_{m1}^{(k)} & y_{m2}^{(k)} & \dots & y_{mQ}^{(k)} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} y_{mq}^{(k)} \end{bmatrix}_{q=1 \dots Q}^T, \quad (\text{IV.30})$$

où  $y_{mq}^{(k)}$  est donné par (IV.29). Par conséquent, la sortie combinée à la deuxième couche pour l'utilisateur  $m$  et correspondant au  $k$ -ème sous-groupe est calculée comme suit :

$$y_{mk}'' = \mathbf{w}_m^{(k)} \mathbf{y}_m^{(k)}, \quad (\text{IV.31})$$

où  $\mathbf{y}_k'' = [\mathbf{y}_{mk}'']_{m=1 \dots M}^T$ . Le vecteur  $\mathbf{w}_m^{(k)} \in \mathbb{C}^{1 \times Q}$  est le poids optimal pour l'utilisateur  $m$  et peut être exprimé en se basant sur le critère de détection M-MMSE comme suit :

$$\mathbf{w}_m^{(k)} = \mathbf{w}_{OC,m}^{(k)H} = \mathbf{d}_m^{(k)H} \mathbf{R}_{y_m}^{(k)-1}, \quad (\text{IV.32})$$

où  $\mathbf{R}_{y_m}^{(k)} \triangleq \mathbb{E}[\mathbf{y}_m^{(k)} \mathbf{y}_m^{(k)H}] \in \mathbb{C}^{Q \times Q}$  représente la matrice de covariance des sorties résultantes de la première couche de traitement, qui est calculée tel que :

$$\mathbf{R}_{y_m}^{(k)} = \begin{bmatrix} P_0 \mathbf{h}_{m1}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_1}^{(k)-1} \mathbf{h}_{m1}^{(k)} & P_0 \mathbf{h}_{m1}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_1}^{(k)-1} \mathbf{R}_{x_1 x_2}^{(k)} \mathbf{R}_{x_2}^{(k)-1} \mathbf{h}_{m2}^{(k)} & \dots & P_0 \mathbf{h}_{m1}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_1}^{(k)-1} \mathbf{R}_{x_1 x_Q}^{(k)} \mathbf{R}_{x_Q}^{(k)-1} \mathbf{h}_{mQ}^{(k)} \\ P_0 \mathbf{h}_{m2}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_2}^{(k)-1} \mathbf{R}_{x_2 x_1}^{(k)} \mathbf{R}_{x_1}^{(k)-1} \mathbf{h}_{m1}^{(k)} & P_0 \mathbf{h}_{m2}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_2}^{(k)-1} \mathbf{h}_{m2}^{(k)} & \dots & P_0 \mathbf{h}_{m2}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_2}^{(k)-1} \mathbf{R}_{x_2 x_Q}^{(k)} \mathbf{R}_{x_Q}^{(k)-1} \mathbf{h}_{mQ}^{(k)} \\ \dots & \ddots & \dots & \dots \\ P_0 \mathbf{h}_{mQ}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_Q}^{(k)-1} \mathbf{R}_{x_Q x_1}^{(k)} \mathbf{R}_{x_1}^{(k)-1} \mathbf{h}_{m1}^{(k)} & P_0 \mathbf{h}_{mQ}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_Q}^{(k)-1} \mathbf{R}_{x_Q x_2}^{(k)} \mathbf{R}_{x_2}^{(k)-1} \mathbf{h}_{m2}^{(k)} & \dots & P_0 \mathbf{h}_{mQ}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_Q}^{(k)-1} \mathbf{h}_{mQ}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.33})$$

De plus, le vecteur de canal  $\mathbf{d}_m^{(k)}$  pour l'utilisateur  $m$  et correspondant au  $k$ -ème sous-groupe est exprimé tel que :

$$\mathbf{d}_m^{(k)} = \begin{bmatrix} P_0 \mathbf{h}_{m1}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_1}^{(k)-1} \mathbf{h}_{m1}^{(k)} \\ \vdots \\ P_0 \mathbf{h}_{mQ}^{(k)H} \mathbf{R}_{x_Q}^{(k)-1} \mathbf{h}_{mQ}^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.34})$$

#### 4.2.3 Troisième couche de traitement

Puisque l'interférence résiduelle à la sortie de la deuxième couche est considérablement réduite, nous proposons ici de combiner les  $K$  signaux résultants en utilisant le MRC. Le signal en entrée à la troisième couche est donné par :

$$\mathbf{y}_m'' = \begin{bmatrix} y_{m1}'' & y_{m2}'' & \dots & y_{mK}'' \end{bmatrix}^T = \left[ y_{mk}'' \right]_{k=1 \dots K}^T. \quad (\text{IV.35})$$

Soit  $\mathbf{v}_m$  le vecteur de poids MRC optimal pour l'utilisateur  $m$ . Il s'ensuit alors que la sortie du récepteur à trois couches pour les  $M$  utilisateurs est donnée par :

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^H \mathbf{y}_1'' & \dots & \mathbf{v}_M^H \mathbf{y}_M'' \end{bmatrix}^T = \left[ \mathbf{v}_m^H \mathbf{y}_m'' \right]_{m=1 \dots M}^T. \quad (\text{IV.36})$$

$$\mathbf{v}_m = \mathbf{v}_{\text{MRC},m} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_m^{(1)H} \mathbf{R}_{y_m}^{(1)-1} \mathbf{d}_m^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_m^{(K)H} \mathbf{R}_{y_m}^{(K)-1} \mathbf{d}_m^{(K)} \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.37})$$

### 4.3 Analyse de complexité de calcul

La complexité de calcul de poids est évaluée en termes du nombre d'opérations arithmétiques complexes, telle que présentée dans le tableau IV.2. En effet, la complexité de calcul des équations (IV.28) et (IV.32) nécessite respectivement l'opération d'inversion de

matrice de taille  $P \times P$  et  $Q \times Q$ . Nous pouvons conclure que la complexité asymptotique du récepteur M-MMSE/M-MMSE/MRC est  $\mathcal{O}(KQP^3) + \mathcal{O}(KQ^3)$ . Par conséquent, la complexité est considérablement réduite par rapport au récepteur M-MMSE, en particulier lorsque la taille du sous-groupe  $P$  est petite.

Technique	Complexité
M-MMSE	$L^3 + (3M + I + 1)L^2 + (2I + 3M)L - M + 2$
M-MMSE/M-MMSE/MRC	$KQ \left[ P^3 + (3M + I + 1)P^2 + (2I + 3M)P - M + 2 \right]$ $+ K \left[ Q^3 + \left(\frac{3}{2}P + 2\right)Q^2 + \left(\frac{3}{2}P - 1\right)Q \right]$

TABLEAU IV.2 – Complexité de calcul du récepteur M-MMSE/M-MMSE/MRC

## 4.4 Évaluation des performances

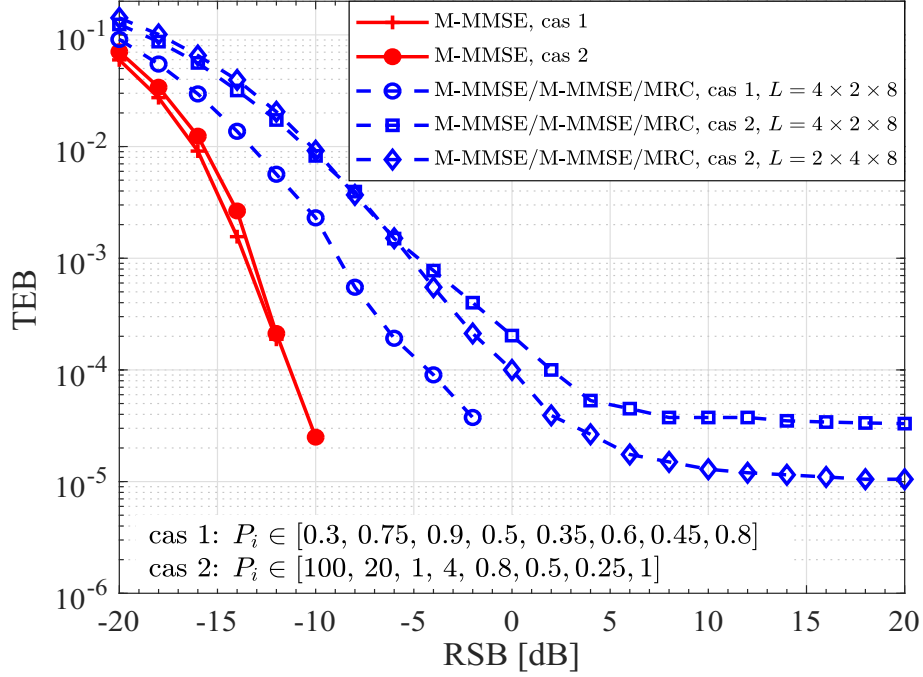
Dans cette section, nous évaluons les performances en terme de TEB du récepteur proposé à 3 couches en présence des signaux CCI ayant des puissances inégales. Le phénomène de contrôle de puissance ajuste les puissances d'utilisateurs provenant d'autres cellules. De ce fait, les signaux CCI peuvent être reçus à la BS d'intérêt avec une forte puissance, qui peut parfois dépasser la puissance du signal désiré.

La figure IV.6 compare les performances du récepteur M-MMSE/M-MMSE/MRC avec le récepteur optimal M-MMSE pour  $L = 64$ ,  $M = 4$  et  $I = 8$ . Nous considérons deux cas où les puissances des signaux interférants sont choisies respectivement telles que  $P_i \in [0.3, 0.75, 0.9, 0.5, 0.35, 0.6, 0.45, 0.8]$  et  $P_i \in [100, 20, 1, 4, 0.8, 0.5, 0.25, 1]$ .

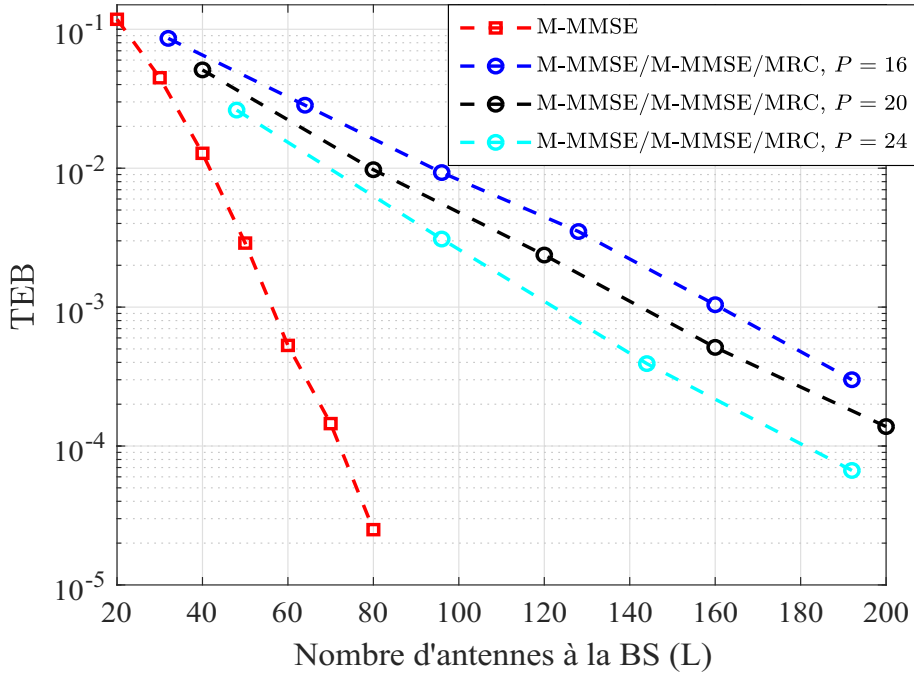
Nous observons que le récepteur M-MMSE donne la meilleure performance au prix d'une complexité de calcul de  $\mathcal{O}(64^3)$ . Par ailleurs, nous comparons la courbe de performance du récepteur M-MMSE avec celle obtenue pour le récepteur proposé lorsque la matrice d'antennes est divisée en 4 sous-groupes et chacun est divisé en 2 sous-groupes de 8 antennes ( $L = 64 = 4 \times 2 \times 8$ ). Pour le cas 1 et à un TEB de  $10^{-3}$ , la pénalité de performance est de 4 dB, tandis que la complexité de calcul est considérablement réduite de  $\mathcal{O}(64^3) = 262144$  flops à  $\mathcal{O}(8 \times 8^3) + \mathcal{O}(4 \times 2^3) = 4128$  flops.

Dans la figure IV.7, nous avons tracé les performances en TEB du récepteur proposé en fonction du nombre d'antennes avec  $M = 10$ ,  $I = 20$ , en considérant différentes tailles de sous-groupes  $P = \{16, 20, 24\}$ . Nous remarquons que les performances sont meilleures quand la taille du réseau d'antennes  $L$  ou/et la taille du sous-groupe  $P$  augmente.





**FIGURE IV.6** – TEB en fonction du RSB pour les récepteurs M-MMSE et M-MMSE/M-MMSE/MRC avec  $L = 64$ ,  $M = 4$  et  $I = 8$ .



**FIGURE IV.7** – TEB en fonction du nombre d'antennes à la BS  $L$  pour les récepteurs M-MMSE et M-MMSE/M-MMSE/MRC pour  $M = 10$ ,  $I = 20$  avec  $P_i \in [-6, -3, -1, 0, 1, 3, 10, 20]dB$  et  $RSB = -10dB$ .

Nous observons que le récepteur M-MMSE atteint un TEB de  $10^{-3}$  lorsque  $L = 55$  et la complexité relative est de  $\mathcal{O}(55^3) = 166375$  flops. Aussi, le récepteur M-MMSE/M-

MMSE/MRC atteint le même niveau de performance lorsque  $L = 160$  et  $P = 16$ , en réduisant la complexité à  $\mathcal{O}(10 \times 16^3) + \mathcal{O}(5 \times 2^3) = 41000$  flops.

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé des schémas de réception linéaires en s'appuyant sur le concept multi-couches en présence des signaux CCI à puissances inégales. Nous avons présenté en détail les algorithmes de détection proposés M-MMSE/MRC, M-MMSE/M-MMSE et M-MMSE/M-MMSE/MRC.

Les résultats des simulations ont prouvé que, lorsque les signaux interférants sont à faible puissance, les performances du récepteur S-MMSE ne sont pas fortement affectées. Nous nous sommes intéressés en particulier au cas d'interférences à forte puissance.

Il ressort en outre des simulations que les schémas de réception proposés peuvent atteindre un bon compromis entre la performance et la complexité. Dans un tel scénario MIMO massif, les récepteurs proposés surpassent le récepteur S-MMSE et sont capables d'approcher les performances du récepteur M-MMSE optimales, avec une complexité de calcul considérablement réduite. Nous pouvons conclure que la taille du sous-groupe est un paramètre clé pour atteindre le compromis performance / complexité désiré.

---

---

# Chapitre V

---

## Analyse du RSBI et de l'effet des interférences sur le récepteur M-MMSE/MRC

### 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur la technique de détection en s'appuyant sur le concept à deux couches. Dans un contexte réaliste, nous analysons le rapport RSBI pour le récepteur proposé ainsi que les récepteurs conventionnels S-MMSE et M-MMSE. En outre, nous analysons les puissances des interférences résiduelles à la sortie de la première couche du récepteur. Nous étudions l'efficacité du récepteur proposé à combattre les effets des interférences, y compris les interférences intra- et inter-cellulaires. En particulier, nous étudions les performances dans un canal MIMO massif à évanouissements de Rayleigh et en présence des évanouissements à grande échelle.

### 2 Modèle du système

Nous considérons le modèle du système MIMO massif, décrit au chapitre précédent, à  $L$  antennes réceptrices et  $M$  utilisateurs désirés, en présence de bruit AWGN et de  $I$  interférants ayant des puissances reçues inégales. Le vecteur reçu s'écrit comme suit :

$$\mathbf{x} = \sqrt{P_0}\mathbf{H}\mathbf{s} + \sqrt{P_I}\mathbf{H}'\mathbf{s}' + \mathbf{n}, \quad (\text{V.1})$$

où  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  et  $\sqrt{P_I}\mathbf{s}' \in \mathbb{C}^{I \times 1}$  sont respectivement les symboles transmis par les  $M$  utilisateurs et les  $I$  interférants. Les puissances moyennes transmises par chaque utilisateur

désiré et interférant sont respectivement  $P_0$  et  $P_I$ . Les matrices  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_M] \in \mathbb{C}^{L \times M}$  et  $\mathbf{H}' = [\mathbf{h}'_1, \dots, \mathbf{h}'_I] \in \mathbb{C}^{L \times I}$  désignent respectivement les matrices de canal des  $M$  utilisateurs actifs et des  $I$  interférants. De plus,  $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_L)$ . Le modèle du canal inclut les évanouissements à petite et à grande échelles, qui est défini par le modèle suivant :

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{D}^{1/2}, \quad (\text{V.2})$$

où chaque élément de la matrice  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{L \times M}$ , i.e.  $u_{lm} \triangleq [\mathbf{U}]_{lm}$ , représente l'évanouissement rapide de Rayleigh entre l'antenne réceptrice  $l$  et l'utilisateur  $m$ . Par ailleurs, la matrice diagonale  $\mathbf{D} = \text{diag}\{\beta_1 \dots \beta_M\} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  décrit les atténuations dues aux effets de l'affaiblissement de parcours et de l'effet de masque. Il s'ensuit que le RSB pour l'utilisateur  $m$  est de  $\frac{P_0 \beta_m}{\sigma_n^2}$ .

Il a été démontré dans [12] que des mesures récentes sur des canaux MIMO massif ont prouvé que le modèle de propagation décrit par l'équation (V.2) est une bonne approximation de la réalité. De même, la matrice de canal des  $I$  interférants est modélisée comme suit :

$$\mathbf{H}' = \mathbf{U}' \mathbf{D}'^{1/2}, \quad (\text{V.3})$$

où  $\mathbf{U}'$  est une matrice de taille  $L \times I$  décrivant les évanouissements à petite échelle des  $I$  signaux interférants, i.e.,  $u'_{li} \triangleq [\mathbf{U}']_{li}$ . Aussi,  $\mathbf{D}'$  est une matrice diagonale de taille  $I \times I$  qui modélise les évanouissements à grande échelle (path loss et shadowing), i.e.  $\beta'_i \triangleq [\mathbf{D}']_{ii}$ . Les éléments des matrices  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{U}'$  sont supposés i.i.d complexes et suivent une distribution Gaussienne, i.e.  $u_{lm} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$  and  $u'_{li} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ .

Typiquement, la distance entre la BS et l'utilisateur désiré est beaucoup plus grande que la distance entre les antennes à la BS. Pour cette raison, l'hypothèse standard est que les coefficients d'évanouissement à grande échelle ne dépendent pas de l'indice d'antenne  $l$  d'une BS donnée et restent constants pendant un certain nombre d'intervalles de cohérence [67]. En particulier, l'évanouissement à grande échelle des signaux désirés et interférants peut être modélisé via :

$$\tilde{\beta}_k = \eta_k (r_k/r_0)^{-\nu}, \quad (\text{V.4})$$

où  $\nu$  est l'exposant de l'affaiblissement de parcours,  $r_0$  représente la distance de référence,  $r_k$  est la distance entre le  $k$ -ème utilisateur et la BS et  $\eta_k$  désigne le coefficient de l'effet de masque suivant une distribution log-normale avec un écart-type  $\sigma$ , i.e.,  $\eta_k \sim \text{LogNormal}(0, \sigma_{\text{sh}}^2)$ .

Soit  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{M \times L}$  la matrice de poids du filtre de réception linéaire dont la  $m$ -ème ligne est notée par  $\mathbf{w}_m$ . En supposant un CSI parfait à la réception, l'estimation du signal désiré  $z_m$  est donnée par :

$$z_m = \mathbf{w}_m \mathbf{x} = \underbrace{\sqrt{P_0} \mathbf{w}_m \mathbf{h}_m s_m}_{\text{signal désiré}} + \underbrace{\sqrt{P_0} \sum_{n \neq m}^M \mathbf{w}_m \mathbf{h}_n s_n}_{\text{interférence intra-cellulaire}} + \underbrace{\sqrt{P_I} \sum_{i=1}^I \mathbf{w}_m \mathbf{h}'_i s'_i}_{\text{interférence inter-cellulaire}} + \underbrace{\mathbf{w}_m \mathbf{n}}_{\text{bruit}}. \quad (\text{V.5})$$

### 3 Analyse du RSBI

Dans cette section, nous analysons les RSBI pour le récepteur proposé à deux couches M-MMSE/MRC ainsi que pour les récepteurs conventionnels. Il est à noter que ces récepteurs sont décrits en détail dans le chapitre précédent. À partir de l'équation (V.5), le RSBI pour un utilisateur  $m$  est donné par :

$$\gamma_m = \frac{P_0 |\mathbf{w}_m \mathbf{h}_m|^2}{\mathbf{w}_m \mathbf{R}_{I+N} \mathbf{w}_m^H}, \quad (\text{V.6})$$

où  $\mathbf{R}_{I+N}$  est la matrice de covariance des interférences plus bruit exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{I+N} &= (P_0 \mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^H + P_I \mathbf{H}' \mathbf{H}'^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L), \\ &= \mathbf{R}_x - P_0 \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H, \end{aligned} \quad (\text{V.7})$$

où  $\mathbf{H}_m$  est la matrice obtenue en supprimant la  $m$ -ème colonne de  $\mathbf{H}$ . Dans la suite, nous dérivons les expressions du RSBI pour l'utilisateur  $m$  avec les récepteurs S-MMSE, M-MMSE et M-MMSE/MRC. Pour ce faire, nous rappelons d'abord un résultat bien connu de la théorie des matrices [13, 49], qui sera utile pour dériver les expressions des RSBI.

**Lemme 3.1** [13, Lem. 4.ii] *Étant donné une matrice  $\mathbf{Z}$  de taille  $N \times N$  déterministe et de rayon spectral uniformément borné pour tout  $N$ , soit  $\mathbf{h} = \frac{1}{\sqrt{N}} [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N]^T$  où les coefficients  $\{h_i\}$  sont des variables aléatoires complexes i.i.d de moyenne nulle et de variance unitaire, on a :*

$$\mathbf{h}^H \mathbf{Z} \mathbf{h} \rightarrow \frac{1}{N} \text{trace} \{ \mathbf{Z} \}, \quad (\text{V.8})$$

avec convergence presque sûre pour  $N \rightarrow \infty$ .

Il est important de souligner que le lemme 3.1 s'applique sous condition que la matrice  $\mathbf{Z}$  et le vecteur  $\mathbf{h}$  soient indépendants.

### 3.1 RSBI du récepteur S-MMSE

Le vecteur de poids du récepteur S-MMSE pour l'utilisateur  $m$  est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_m = \mathbf{w}_{\text{S-MMSE},m}^H &= \sqrt{P_0} \mathbf{h}_m^H \left( P_0 \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \mathbf{R}_i + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1}, \\ &= \sqrt{P_0} \mathbf{h}_m^H \left( P_0 \mathbf{H} \mathbf{H}^H + P_I \sum_{i=1}^I \beta'_i \mathbf{I}_L + \sigma_n^2 \mathbf{I}_L \right)^{-1}, \\ &= \sqrt{P_0} \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1}, \end{aligned} \quad (\text{V.9})$$

où  $\mathbf{R}_i \triangleq \mathbb{E}\{P_I \mathbf{H}' \mathbf{H}^H\} = P_I \sum_{i=1}^I \beta'_i \mathbf{I}_L$  est la matrice de covariance des interférences inter-cellulaires. En remplaçant l'équation (V.9) dans (V.6), nous obtenons :

$$\gamma_m = \frac{P_0 \left( \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m \right)^2}{\mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{R}_{I+N} \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m}. \quad (\text{V.10})$$

Afin de simplifier l'expression précédente, nous débutons par le calcul de son inverse, le rapport interférence plus bruit sur signal. Avec quelques manipulations, l'inverse du RSBI  $\rho_m$  peut être calculé comme suit :

$$\begin{aligned} \rho_m = \frac{1}{\gamma_m} &= \frac{\mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \left( \mathbf{S}_x + P_I \mathbf{H}' \mathbf{H}^H - \mathbf{R}_i - P_0 \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \right) \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m}{P_0 \left( \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m \right)^2} \\ &= \frac{1}{P_0 \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m} + \frac{P_I}{P_0 \left( \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m \right)^2} \left( \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{H}' \mathbf{H}^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m - \sum_{i=1}^I \beta'_i \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-2} \mathbf{h}_m \right) - 1. \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

Soient  $T_1 = \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m$ ,  $T_2 = \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-2} \mathbf{h}_m$  et  $T_3 = \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{H}' \mathbf{H}^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m$ . Étant donné que la matrice  $\bar{\mathbf{S}}_x^{-1} \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \bar{\mathbf{S}}_x^{-1}$  est indépendante du vecteur  $\mathbf{h}_i'$ , nous appliquons le lemme 3.1 sur l'expression  $T_3$  telle que :

$$\begin{aligned} T_3 &= \sum_{i=1}^I \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_i' \mathbf{h}_i'^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m, \\ &\stackrel{(a)}{=} \sum_{i=1}^I \text{trace} \left\{ \mathbf{h}_i'^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_i' \right\}, \\ &\stackrel{p.s.}{\rightarrow} \sum_{i=1}^I \beta'_i \text{trace} \left\{ \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-1} \right\} \stackrel{(b)}{=} \sum_{i=1}^I \beta'_i \mathbf{h}_m^H \mathbf{S}_x^{-2} \mathbf{h}_m, \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

## Chapitre V. Analyse du RSBI et de l'effet des interférences sur le récepteur M-MMSE/MRC

où les étapes (a) et (b) sont obtenues en utilisant le fait que  $\text{trace}\{\mathbf{a}\mathbf{a}^H\} = \mathbf{a}^H \mathbf{a}$ . La convergence presque sûre est notée par  $\xrightarrow{p.s.}$ . Ensuite, en remplaçant l'expression de  $T_3$  obtenu dans (V.11), le dernier terme disparaît et le RSBI est alors approximé par :

$$\gamma_m = \frac{1}{\rho_m} \approx \frac{P_0 T_1}{1 - P_0 T_1} = \tilde{\gamma}_m. \quad (\text{V.13})$$

Soit  $\bar{\mathbf{S}}_x = \mathbf{S}_x - P_0 \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H$ . En appliquant le lemme d'inversion matricielle, nous obtenons

$$\mathbf{S}_x^{-1} = \bar{\mathbf{S}}_x^{-1} \left( \mathbf{I} - \frac{P_0 \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \bar{\mathbf{S}}_x^{-1}}{1 + P_0 \mathbf{h}_m^H \bar{\mathbf{S}}_x^{-1} \mathbf{h}_m} \right). \quad (\text{V.14})$$

Ensuite, après quelques simplifications,  $T_1$  peut être exprimé comme suit :

$$T_1 = \frac{\mathbf{h}_m^H \bar{\mathbf{S}}_x^{-1} \mathbf{h}_m}{1 + P_0 \mathbf{h}_m^H \bar{\mathbf{S}}_x^{-1} \mathbf{h}_m}. \quad (\text{V.15})$$

Nous remarquons que la matrice  $\bar{\mathbf{S}}_x^{-1}$  est de rayon spectral uniformément borné par  $1/(P_I \sum_{i=1}^I \beta'_i + \sigma_n^2)$ . En utilisant le lemme 3.1, nous obtenons alors

$$\mathbf{h}_m^H \bar{\mathbf{S}}_x^{-1} \mathbf{h}_m \xrightarrow{p.s.} \beta_m \text{trace}\{\bar{\mathbf{S}}_x^{-1}\} = \eta_1, \quad (\text{V.16})$$

où la constante  $\eta_1$  est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \eta_1 = \beta_m \left\| \bar{\mathbf{S}}_x^{-1/2} \right\|_F^2 &= \beta_m \frac{\left( \text{Cond}_F(\bar{\mathbf{S}}_x^{1/2}) \right)^2}{\text{trace}\{\bar{\mathbf{S}}_x\}}, \\ &= \beta_m \frac{\left( \text{Cond}_F(\bar{\mathbf{S}}_x^{1/2}) \right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m}^M \lambda_j + L \left( P_I \sum_{i=1}^I \beta'_i + \sigma_n^2 \right)}, \end{aligned} \quad (\text{V.17})$$

où  $(\lambda_1, \dots, \lambda_M)$  sont les valeurs propres non nulles du produit  $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$ . Aussi, la fonction  $\text{Cond}_F(\cdot)$  est le conditionnement d'une matrice relative à la norme de Frobenius. Alors,  $T_1$  converge vers

$$\tilde{T}_1 = \frac{\eta_1}{1 + P_0 \eta_1}. \quad (\text{V.18})$$

Il s'ensuit que le RSBI du récepteur S-MMSE pour l'utilisateur  $m$  converge vers :

$$\tilde{\gamma}_m = P_0 \eta_1. \quad (\text{V.19})$$

### 3.2 RSBI du récepteur M-MMSE

Nous rappelons que le vecteur de poids du récepteur M-MMSE pour l'utilisateur  $m$  est donné par :

$$\mathbf{w}_m = \mathbf{w}_{\text{M-MMSE},m}^H = \sqrt{P_0} \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_x^{-1}. \quad (\text{V.20})$$

Le RSBI pour l'utilisateur  $m$  peut être exprimé de la manière suivante :

$$\gamma_m = \frac{P_0 \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{h}_m}{1 - P_0 \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{h}_m}. \quad (\text{V.21})$$

Ensuite, d'après l'équation (V.7), la matrice  $\mathbf{R}_x^{-1}$  peut être exprimée en utilisant le lemme d'inversion matricielle telle que :

$$\mathbf{R}_x^{-1} = \mathbf{R}_{I+N}^{-1} \left( \mathbf{I} - \frac{P_0 \mathbf{h}_m \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{I+N}^{-1}}{1 + P_0 \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{I+N}^{-1} \mathbf{h}_m} \right), \quad (\text{V.22})$$

L'expression du RSBI est alors simplifiée comme suit :

$$\gamma_m = P_0 \mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{I+N}^{-1} \mathbf{h}_m. \quad (\text{V.23})$$

Notons que la matrice  $\mathbf{R}_{I+N}^{-1}$  est de rayon spectral uniformément borné par  $1/\sigma_n^2$ . Ensuite, en appliquant le lemme 3.1, nous obtenons

$$\mathbf{h}_m^H \mathbf{R}_{I+N}^{-1} \mathbf{h}_m \xrightarrow{p.s.} \beta_m \text{trace} \left\{ \mathbf{R}_{I+N}^{-1} \right\} = \eta_2, \quad (\text{V.24})$$

où la constante  $\eta_2$  peut être calculée en utilisant une démarche similaire à  $\eta_1$  comme suit :

$$\eta_2 = \beta_m \frac{\left( \text{Cond}_F \left( \mathbf{R}_{I+N}^{1/2} \right) \right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m}^M \lambda_j + P_I \sum_{j=1}^I \lambda'_j + L \sigma_n^2}, \quad (\text{V.25})$$

où  $(\lambda'_1, \dots, \lambda'_I)$  sont les valeurs propres non nulles du produit  $\mathbf{H}' \mathbf{H}'^H$ . Par conséquent, le RSBI du récepteur M-MMSE pour l'utilisateur  $m$  converge vers

$$\tilde{\gamma}_m = P_0 \eta_2. \quad (\text{V.26})$$

### 3.3 RSBI du récepteur M-MMSE/MRC

Soit  $\gamma_{mk}$  le RSBI à la sortie de la première couche du récepteur M-MMSE/MRC correspondant à l'utilisateur  $m$  et au  $k$ -ème sous-groupe. La première couche implémente le traitement M-MMSE à chaque sous-groupe. Donc, en utilisant le résultat précédent,  $\gamma_{mk}$



converge vers

$$\tilde{\gamma}_{mk} = P_0 \zeta_k, \quad (\text{V.27})$$

où

$$\zeta_k = \beta_m \frac{\left( \text{Cond}_F \left( \mathbf{R}_{I+N,k}^{1/2} \right) \right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m}^M \lambda_j^{(k)} + P_I \sum_{j=1}^I \lambda_j'^{(k)} + N \sigma_n^2}, \quad (\text{V.28})$$

où  $\mathbf{R}_{I+N,k}$  est la matrice de covariance correspondant au  $k$ -ème sous-groupe. De plus, les vecteurs  $(\lambda_1^{(k)}, \dots, \lambda_M^{(k)})$  et  $(\lambda_1'^{(k)}, \dots, \lambda_I'^{(k)})$  sont respectivement les valeurs propres non nulles des produits  $\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H$  et  $\mathbf{H}_k' \mathbf{H}_k'^H$ .

À la deuxième couche de traitement, les  $K$  sorties résultantes sont combinées avec le récepteur MRC. Cela implique que le RSBI à la sortie du récepteur M-MMSE/MRC est égal à la somme des RSBI combinés, tel que :

$$\gamma_m = \sum_{k=1}^K \gamma_{mk}. \quad (\text{V.29})$$

Par conséquent, le RSBI à la sortie du combineur MRC peut être approximé par :

$$\tilde{\gamma}_m = P_0 \sum_{k=1}^K \zeta_k. \quad (\text{V.30})$$

Nous pouvons conclure que les expressions dérivées des RSBI dépendent essentiellement de l'architecture des différents récepteurs, en particulier de la manière de traiter les interférences inter-cellulaires.

## 4 Interférences résiduelles à la sortie de la première couche

Dans cette section, nous caractérisons les composantes d'interférences en séparant les termes d'interférences intra-cellulaire et inter-cellulaire. En appliquant le récepteur M-MMSE à la première couche de traitement, le RSBI pour l'utilisateur  $m$  et le  $k$ -ème sous-groupe est alors donné par :

$$\gamma_{mk} = \frac{P_{\text{signal}}(\mathbf{w}_{mk})}{P_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk}) + P_{\text{inter}}(\mathbf{w}_{mk}) + P_{\text{noise}}(\mathbf{w}_{mk})}, \quad (\text{V.31})$$

où  $P_{\text{signal}}(\mathbf{w}_{mk})$ ,  $P_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk})$ ,  $P_{\text{inter}}(\mathbf{w}_{mk})$  et  $P_{\text{noise}}(\mathbf{w}_{mk})$  désignent respectivement la puissance du signal désiré, la puissance des interférences intra-cellulaires, la puissance des interférences inter-cellulaires et la puissance du bruit. Rappelons que le vecteur de poids M-MMSE appliqué à la première couche est exprimé tel que :

$$\mathbf{w}_{mk} = \sqrt{P_0} \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1}. \quad (\text{V.32})$$

Il s'ensuit que :

$$P_{\text{signal}}(\mathbf{w}_{mk}) = P_0 \left| \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}_{mk} \right|^2, \quad (\text{V.33})$$

$$P_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk}) = P_0 \sum_{n \neq m}^M \left| \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}_{nk} \right|^2, \quad (\text{V.34})$$

$$P_{\text{inter}}(\mathbf{w}_{mk}) = P_I \sum_{i=1}^I \left| \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}'_{ik} \right|^2, \quad (\text{V.35})$$

$$P_{\text{noise}}(\mathbf{w}_{mk}) = \sigma_n^2 \left\| \mathbf{w}_{mk} \right\|^2. \quad (\text{V.36})$$

Nous nous concentrons ici sur le régime à interférence limitée, et nous ignorons l'effet du bruit afin de simplifier l'analyse. Ensuite, nous évaluons la puissance d'interférence résiduelle à la sortie de la première couche de traitement M-MMSE, y compris l'interférence intra-cellulaire et inter-cellulaire.

### 4.1 Interférence intra-cellulaire

**Proposition 4.1** *La puissance des interférences intra-cellulaires résiduelles à la sortie de la première couche du récepteur pour l'utilisateur  $m$  converge vers*

$$\bar{P}_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk}) = \frac{P_0^2 \beta_m \sum_{n \neq m}^M \delta_n - \frac{2P_0 \delta_n \theta_n}{1 + P_0 \theta_n} + \frac{P_0^2 \delta_n \theta_n^2}{(1 + P_0 \theta_n)^2}}{\left(1 + P_0 \beta_m \varphi_m\right)^2}, \quad (\text{V.37})$$

et la convergence presque sûre pour  $N \rightarrow \infty$  où  $\varphi_m$ ,  $\theta_n$ ,  $\delta_n$  sont donnés par :

$$\varphi_m = \frac{\left(\text{Cond}_F(\mathbf{R}_{I+N,k}^{1/2})\right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m}^M \lambda_j + P_I \sum_{j=1}^I \lambda'_j + N \sigma_n^2}, \quad (\text{V.38})$$

$$\theta_n = \beta_n \frac{\left(\text{Cond}_F(\bar{\mathbf{R}}_n^{1/2})\right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m, n}^M \lambda_j + P_I \sum_{j=1}^I \lambda'_j + N\sigma_n^2}, \quad (\text{V.39})$$

$$\delta_n = \beta_n \frac{\left(\text{Cond}_F(\bar{\mathbf{R}}_n)\right)^2}{\left(P_0 \sum_{j \neq m, n}^M \lambda_j + P_I \sum_{j=1}^I \lambda'_j + N\sigma_n^2\right)^2 - 2 \sum_{j < l} \bar{\lambda}_j \bar{\lambda}_l}, \quad (\text{V.40})$$

et  $\lambda_i, \lambda'_i, \bar{\lambda}_i$  sont respectivement les valeurs propres du produit  $\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H, \mathbf{H}'_k \mathbf{H}'_k{}^H, \bar{\mathbf{R}}_n$  pour tout  $1 \leq i \leq N$ . La matrice  $\bar{\mathbf{R}}_n$  est définie telle que  $\bar{\mathbf{R}}_n = \mathbf{R}_{I+N, k} - P_0 \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H$ .

**Démonstration** Voir Annexe A.

## 4.2 Interférence inter-cellulaire

**Proposition 4.2** La puissance des interférences inter-cellulaires résiduelles à la sortie de la première couche du récepteur pour l'utilisateur  $m$  converge vers

$$\bar{P}_{inter}(\mathbf{w}_{mk}) = \frac{P_I P_0 \beta_m \sum_{i=1}^I \delta'_i - \frac{2P_I \delta'_i \theta'_i}{1 + P_I \theta'_i} + \frac{P_I^2 \delta'_i \theta'^2_i}{(1 + P_I \theta'_i)^2}}{\left(1 + P_0 \beta_m \varphi_m\right)^2}, \quad (\text{V.41})$$

et la convergence presque sûre pour  $N \rightarrow \infty$  où  $\theta'_i, \delta'_i$  sont donnés par :

$$\theta'_i = \beta'_i \frac{\left(\text{Cond}_F(\widetilde{\mathbf{R}}_i^{1/2})\right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m}^M \lambda_j + P_I \sum_{j \neq i}^I \lambda'_j + N\sigma_n^2}, \quad (\text{V.42})$$

$$\delta'_i = \beta'_i \frac{\left(\text{Cond}_F(\widetilde{\mathbf{R}}_i)\right)^2}{\left(P_0 \sum_{j \neq m}^M \lambda_j + P_I \sum_{j \neq i}^I \lambda'_j + N\sigma_n^2\right)^2 - 2 \sum_{j < l} \tilde{\lambda}_j \tilde{\lambda}_l}, \quad (\text{V.43})$$

et  $\tilde{\lambda}_i$  est la valeur propre de  $\widetilde{\mathbf{R}}_i$  pour tout  $1 \leq i \leq N$  et  $\widetilde{\mathbf{R}}_i$  est défini par  $\widetilde{\mathbf{R}}_i = \mathbf{R}_{I+N, k} - P_I \mathbf{h}'_{ik} \mathbf{h}'_{ik}{}^H$ . Nous rappelons que  $\varphi_m, \lambda_i, \lambda'_i, \bar{\lambda}_i$  sont définis à la Proposition 4.1.

**Démonstration** Voir Annexe B.

## 5 Résultats de simulation

Dans cette section, nous évaluons les performances des récepteurs étudiés. En plus, nous analysons l'effet des interférences résiduelles à la sortie de la première couche du récepteur linéaire proposé M-MMSE/MRC. Tous les résultats sont obtenus pour une modulation 4-QAM. Il est à noter que le schéma de réception proposé peut être appliqué indépendamment de la taille des constellations.

Nous considérons un système MIMO massif composé de 3 cellules hexagonales, qui ont un rayon relativement petit  $R = 500$  m. Tous les canaux à évanouissement à grande échelle sont modélisés et simulés en utilisant le modèle décrit à la section 2. Tous les utilisateurs sont localisés de manière aléatoire et uniformément répartis sur chaque cellule, en considérant que la distance entre un utilisateur et la BS d'intérêt est de  $r_0 = 100$  m. De plus, nous supposons que l'exposant de l'affaiblissement de parcours est de 3.8 et nous choisissons deux différentes valeurs de l'écart type des évanouissements à grande échelle (shadowing) tel que  $\sigma_{\text{sh}} = 0$  dB et  $\sigma_{\text{sh}} = 8$  dB. La puissance de transmission allouée pour chaque utilisateur est choisie telle que  $P_0 = P_I = 10$  dB. Les paramètres de simulation sont résumés dans le tableau V.1.

L'effet des interférences provenant d'autres cellules peut être considéré comme un facteur d'interférence inter-cellulaire, noté  $\bar{\beta}_i$ . Pour un tel scénario réaliste, nous calculons le facteur  $\bar{\beta}_i$  tel que  $E\{\beta'_i/\beta_m\}$  pour  $m \in [1, M]$  et  $i \in [1, I]$ . Notons que  $\beta_m$  et  $\beta'_i$  modélisent respectivement l'évanouissement à grande échelle de l'utilisateur  $m$  et de l'utilisateur  $i$ . Par simulation, différentes réalisations d'évanouissements à grande échelle sont choisies et nous obtenons différentes valeurs de  $\bar{\beta}_i$  entre 0.001 et 0.1. Pour simplifier la notation, nous désignons par  $P_0 \bar{\beta}_m = P_0 \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \beta_m$  et  $P_I \bar{\beta}_i = P_I \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \beta'_i$  la puissance moyenne reçue des signaux désirés et la puissance moyenne reçue des signaux interférants, respectivement.

Paramètres	Valeur
Rayon de la cellule $R$	500 m
Distance de référence $r_0$	100 m
Affaiblissement de parcours	$128.1 + 38 \log_{10}(r_k)$
Écart-type de l'effet de masque $\sigma_{\text{sh}}$	0 dB~ 8 dB
Puissance d'émission	10 dB
Constellation	4-QAM

TABLEAU V.1 – Paramètres des canaux simulés.

## Chapitre V. Analyse du RSBI et de l'effet des interférences sur le récepteur M-MMSE/MRC

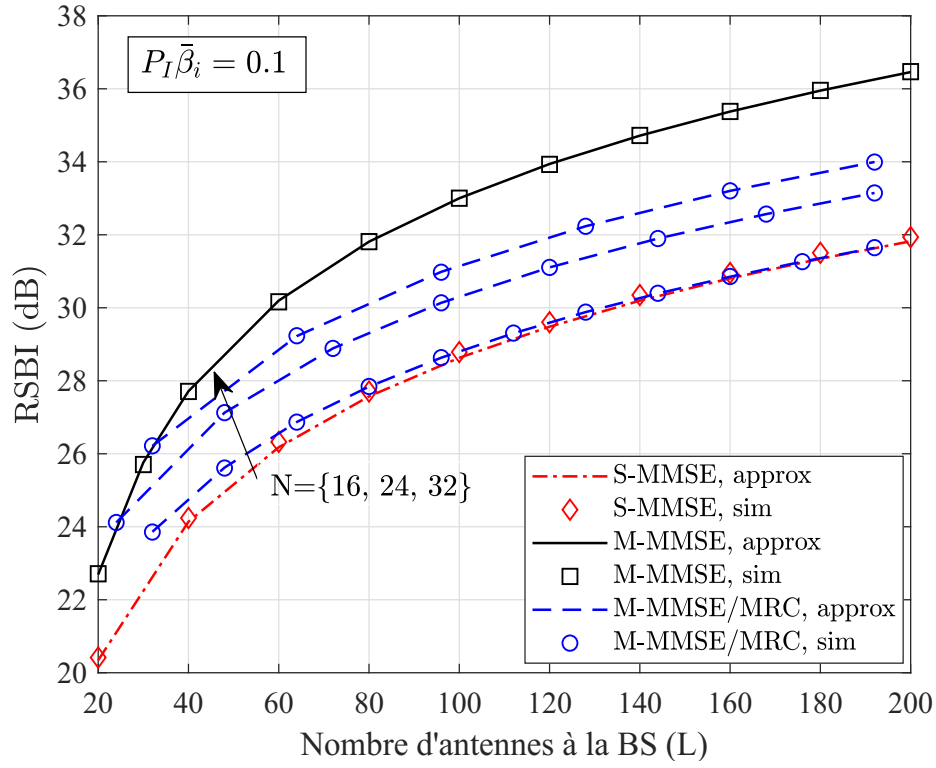
---

Dans les figures V.1a et V.1b, nous avons tracé les performances en RSBI en fonction du nombre d'antennes à la BS  $L$  pour les récepteurs S-MMSE, M-MMSE et M-MMSE/MRC. Les paramètres du système MIMO massif simulé sont  $M = 10$ ,  $I = 20$  et  $\text{RSB} = 10$  dB. Nous choisissons deux cas où les puissances reçues des interférences provenant d'autres cellules  $P_I \bar{\beta}_i = 0, 1$  (10 dB plus faible que la puissance reçue du signal désiré) et  $P_I \bar{\beta}_i = 0, 5$  (-3 dB).

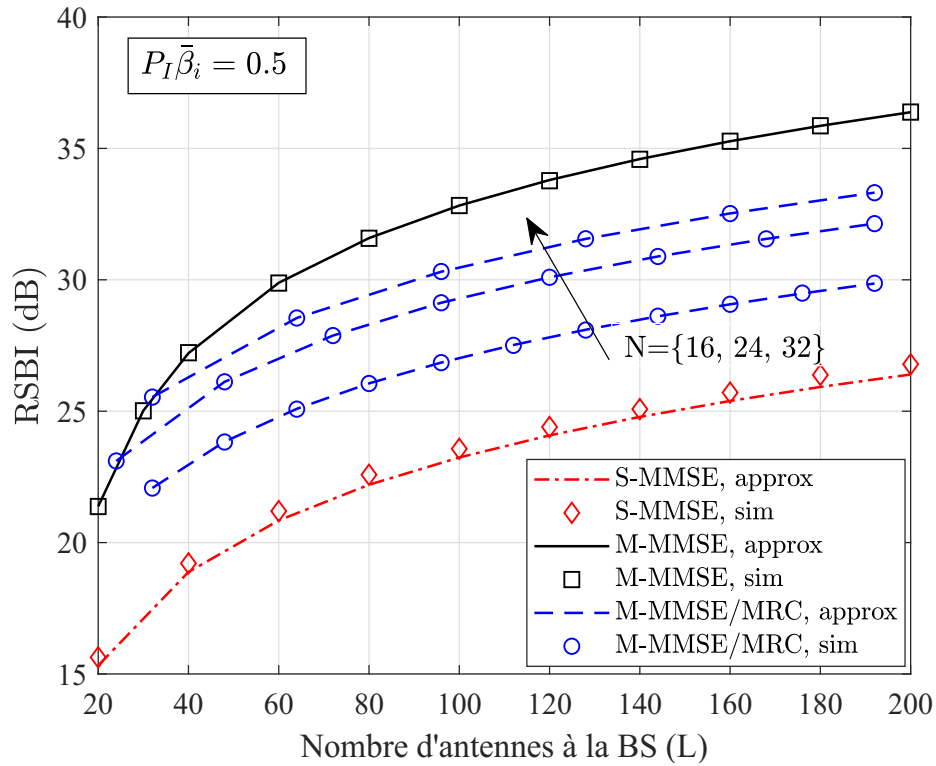
Les deux figures confirment clairement la correspondance entre les résultats analytiques et simulés. Cela vérifie l'exactitude de l'approximation s'appuyant sur le lemme de trace présenté à la section 3. En fait, sa précision ne dépend pas du niveau d'interférence inter-cellulaire mais de la dimension du réseau d'antennes.

Nous observons que plus le nombre d'antennes à la BS augmente, plus les performances s'améliorent nettement. Le récepteur M-MMSE offre les meilleures performances mais avec une énorme complexité de calcul. Pour la réception S-MMSE, les performances en RSBI se dégradent lorsque la puissance des signaux interférants devient plus forte. À titre d'exemple, le RSBI à la sortie du récepteur S-MMSE vaut 29 dB lorsque  $P_I \bar{\beta}_i = 0, 1$  et  $L=100$ . Mais, lorsque  $P_I \bar{\beta}_i = 0, 5$ , le RSBI est réduit à 23.5 dB. Nous observons également que l'augmentation du facteur d'interférence inter-cellulaire tend à amplifier l'écart entre les récepteurs S-MMSE et M-MMSE. Pour  $L=100$  et  $P_I \bar{\beta}_i = 0, 1$ , l'écart entre les courbes correspondant aux récepteurs S-MMSE et M-MMSE est de 4 dB, qui croît à 10 dB lorsque le facteur  $\bar{\beta}_i$  augmente. Cela confirme que le récepteur S-MMSE est moins résistant aux interférences inter-cellulaires.

Il ressort en outre des simulations que les performances du récepteur M-MMSE/MRC surpassent celles du récepteur S-MMSE, en particulier dans le régime des interférences à forte puissance. Nous constatons que lorsque la taille du sous-groupe  $N$  augmente, les performances en RSBI sont améliorées et s'approchent de celles du récepteur M-MMSE. En comparant la courbe de performance correspondant au récepteur M-MMSE avec celle obtenue avec le récepteur M-MMSE/MRC lorsque la taille du sous-groupe est  $N = 32 > M + I$  et  $L = 100$ , la pénalité en performance est de 2 dB. Cela découle principalement de la disponibilité de degrés de liberté permettant de combattre l'effet des interférences. De plus, lorsque  $N = 16$ , qui est inférieur au nombre total d'utilisateurs, les performances du M-MMSE/MRC sont conformes à celles du récepteur S-MMSE lorsque les signaux interférants sont faibles, alors que lorsque le facteur  $\bar{\beta}_i$  augmente, le récepteur M-MMSE/MRC surpasse S-MMSE, et cela est dû à la capacité du récepteur M-MMSE à réduire l'effet des interférences au niveau de la première couche.



(a)



(b)

**FIGURE V.1** – RSBI par simulation et expression analytique en fonction du nombre d’antennes à la BS ( $M = 10, I = 20, \text{RSB} = 10 \text{ dB}, \bar{\beta}_m = 1$  and  $P_0 = P_I = 10 \text{ dB}$ )

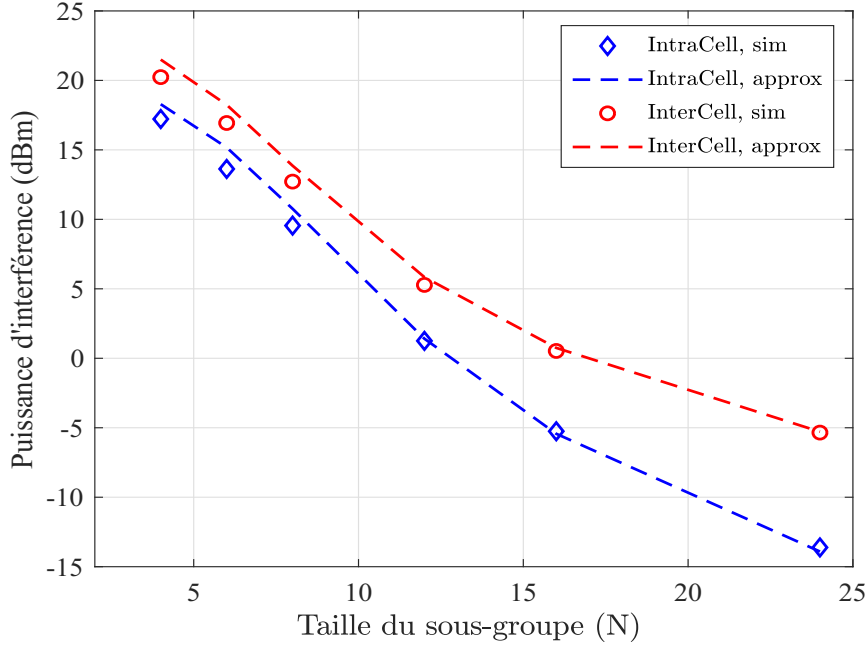


FIGURE V.2 – Puissance des interférences résiduelles simulée et analytique en fonction de la taille du sous-groupe pour  $L = 48$ ,  $M = 5$  et  $I = 10$  pour  $P_0\bar{\beta}_m = 10$ ,  $P_I\bar{\beta}_i = 0.5$ ,  $\sigma_{sh} = 8$  dB et  $E_b/N_0 = 15$  dB.

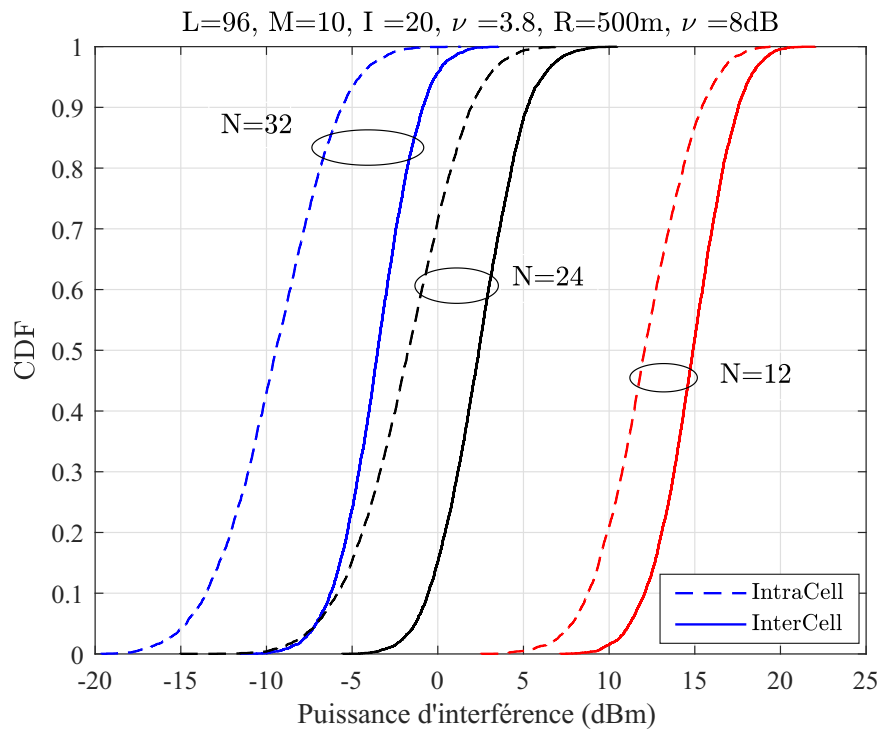
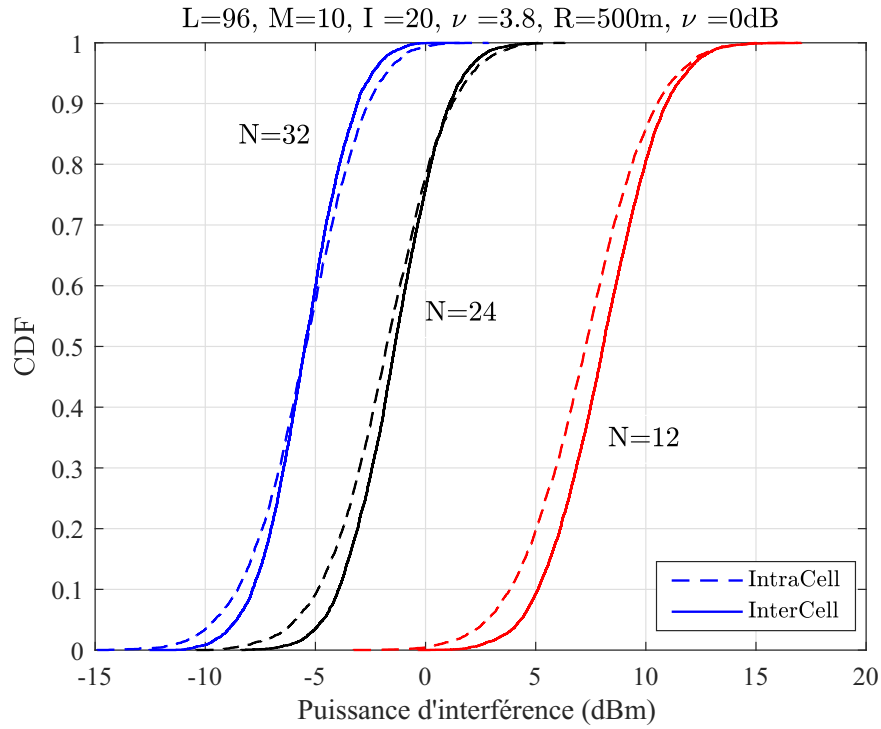
## 5.1 Effet des interférences intra- et inter-cellulaires

La figure V.2 présente les puissances des interférences résiduelles, y compris les interférents intra- et inter-cellulaires, en fonction de la taille du sous-groupe  $N$ . Les courbes analytiques (approximation) sont tracées en utilisant la proposition 4.1 et la proposition 4.2. La cohésion entre les résultats analytiques et les simulations valide l'approximation de trace, qui devient plus précise lorsque  $N$  augmente.

Nous observons que l'interférence inter-cellulaire est la partie la plus dominante de l'interférence résiduelle à la sortie de la première couche. Lorsque  $N = \{4, 6, 8\} < M + I$ , les deux types d'interférences ont un niveau de puissance supérieur à 10 dBm. De plus, l'écart entre l'interférence intra-cellulaire et inter-cellulaire vaut 3 dBm. Cet écart augmente quand  $N$  croît. Dans le cas où  $N = \{16, 24\} > M + I$ , le récepteur M-MMSE permet une réduction significative des interférences.

## 5.2 Effet des évanouissements à grande échelle

Les figures V.3a et V.3a illustrent l'effet des évanouissements à grande échelle sur les puissances des interférences résiduelles à la sortie de la première couche de traitement. En effet, nous considérons deux différents cas des évanouissements à grande échelle où  $\sigma_{sh} = 0$  dB et  $\sigma_{sh} = 8$  dB. De plus, nous choisissons un scénario différent avec  $M = 10$



**FIGURE V.3** – CDF de la puissance d'interférence (a) cas sans évanouissements à grande échelle, (b) cas avec évanouissements à grande échelle



signaux désirés,  $I = 20$  signaux interférants et une matrice d'antennes de taille  $L = 96$  pour  $E_b/N_0 = 15$  dB.

Les courbes illustrent les fonctions de répartition cumulative (CDF- cumulative distribution function) de la puissance des interférences inter- et intra-cellulaire pour  $N = \{12, 24, 32\}$ . En absence des évanouissements à grande échelle, la figure V.3a montre que l'écart entre les interférences inter-cellulaires et intra-cellulaires est faible. Cela signifie que le récepteur M-MMSE permet une réduction importante des interférences. Par exemple, pour  $N = 24 < M + I$ , nous observons que la puissance d'interférence au niveau 50% du CDF est d'environ -31.5 dB.

En comparant les figures V.3a et V.3b, nous observons que la puissance des interférences est amplifiée dans le régime à fort évanouissement à grande échelle. Par exemple, pour  $N = 12$ , les puissances des interférences intra- et inter-cellulaires augmentent respectivement à 12 dBm et 15 dBm (à un niveau de 50% de CDF). Nous remarquons aussi que l'écart entre les deux classes d'interférence devient plus important lorsque la taille du sous-groupe augmente. Cela montre la prédominance de l'interférence résiduelle inter-cellulaire sur l'interférence résiduelle intra-cellulaire. Par conséquent, il sera plus efficace d'appliquer la détection M-MMSE à la deuxième couche dans ce cas.

## 6 Conclusion

Nous avons étudié les performances en terme du RSBI des systèmes MIMO massif en présence des signaux interférants ayant des puissances inégales. En se basant sur l'approximation de trace, des expressions du RSBI sont dérivées pour les récepteurs conventionnels et le récepteur proposé M-MMSE/MRC. Les simulations ont prouvé également la validité des résultats théoriques.

De plus, nous avons analysé les interférences résiduelles intra- et inter-cellulaire à la sortie de la première couche de traitement, en tenant compte des évanouissements à grande échelle. Nous pouvons conclure que l'interférence inter-cellulaire est la partie dominante, en particulier dans le régime à fort évanouissement à grande échelle ou lorsque le nombre de signaux CCI dépasse la taille du sous-groupe  $N$ .

---

---

# Chapitre VI

---

## Capacité du canal MIMO massif avec le récepteur M-MMSE/MRC

### 1 Introduction

La capacité des systèmes MIMO massif en liaison montante a été étudiée pour différentes techniques de détection, tel que le récepteur MMSE. Le récepteur MMSE pour le contexte monocellulaire (S-MMSE) a été étudié dans [12, 13, 49], où la BS utilise uniquement les estimations de canal dans la cellule d'intérêt. Des travaux étendus pour la combinaison MMSE multi-cellulaire (M-MMSE) ont été effectués dans [48, 50], où la BS calcule les estimations des canaux pour les utilisateurs provenant de toutes les cellules. Il a été démontré dans [50] que les deux schémas présentent une limite de capacité finie lorsque le nombre d'antennes tend vers l'infini, en supposant des canaux à évanouissements de Rayleigh non corrélés. De plus, il a été démontré que le schéma de détection M-MMSE fournit des gains en efficacité spectrale (SE- spectral efficiency) importants par rapport au récepteur S-MMSE, tandis que ce dernier a une complexité de calcul plus réduite. Dans [20, 68, 69], les auteurs ont montré qu'en présence de contamination de pilotes, la capacité du schéma M-MMSE croît sans limite en exploitant la corrélation des canaux spatiaux. Cependant, le prix à payer est une complexité de calcul élevée lorsque la matrice d'antennes est de grande dimension.

Dans ce chapitre, nous proposons d'analyser théoriquement les performances du récepteur proposé M-MMSE/MRC en termes du RSBI et de la capacité. Nous supposons que les canaux sont non-corrélés. Il convient de mentionner que plusieurs travaux

étudiant l'analyse des performances du récepteur MMSE reposent essentiellement sur la théorie des matrices aléatoires et les propriétés des matrices complexes de Wishart [38, 61, 70]. Étant donné un grand réseau d'antennes, les matrices de canaux deviennent singulières et leur distribution devient plus difficile à exprimer. Ainsi, l'analyse du récepteur MMSE est non-triviale et dans une certaine mesure, mathématiquement intracable. Néanmoins, nous montrons que le RSBI et les expressions de la capacité peuvent être obtenus grâce à la théorie des matrices aléatoires et aux statistiques multivariées [52, 71, 72].

Nous examinons la distribution du RSBI à la sortie de la première couche en présence d'interférants à puissance égale. Nous considérons également les deux cas, soit la taille du sous-groupe dépasse le nombre total de signaux ; la taille du sous-groupe est inférieure au nombre total de signaux. Ensuite, nous dérivons des expressions analytiques pour le RSBI moyen et la capacité ergodique. À la lumière des résultats analytiques, nous étudions en outre les effets des interférences inter-cellulaires, la taille du sous-groupe et le nombre d'antennes à la BS sur les performances du récepteur M-MMSE/MRC.

## 2 Description du système

Nous considérons le système MIMO massif décrit dans le chapitre précédent par l'équation (V.1), en employant le récepteur M-MMSE/MRC proposé pour la détection du signal transmis. L'algorithme de détection proposé pour un utilisateur  $m$  donné peut être résumé en pseudo-code et est ainsi présenté à Algorithme 1.

Afin de simplifier l'analyse théorique, nous supposons que l'effet des évanouissements à grande échelle est constant. En fait, nous allons supposer que les coefficients  $\{\beta_m\}$  valent 1 pour tous les utilisateurs désirés et que les coefficients  $\{\beta'_i\}$  sont considérés constants pour tous les interférants provenant d'autres cellules, i.e.,  $\beta'_i = \beta$  pour  $i \in [1, I]$ . Tous les signaux désirés ont donc un RSB de  $\frac{P_0}{\sigma_n^2}$ .

## 3 Analyse statistique du RSBI

Étant donné le signal à la sortie de la première couche de traitement  $y_{mk}$  correspondant au  $k$ -ème sous-groupe, le RSBI pour un utilisateur  $m$  est donné par :

$$\gamma_{mk} = \frac{P_0 \left| \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}_{mk} \right|^2}{\mathbf{w}_{mk} \mathbf{R}_{I+N,k} \mathbf{w}_{mk}^H}, \quad (\text{VI.1})$$

---

**Algorithme 1** Récepteur linéaire à deux couches M-MMSE/MRC
 

---

**Entrées :**  $P_0, P_I, \mathbf{H}, \mathbf{H}', \mathbf{s}, \mathbf{s}', \mathbf{n}, N$  et  $L$

**Sorties :**  $z_m$

- 1:  $K = \frac{L}{N}, n = kN - N + 1, p = kN$
  - 2:  $\mathbf{x} = \sqrt{P_0} \mathbf{H} \mathbf{s} + \sqrt{P_I} \mathbf{H}' \mathbf{s}' + \mathbf{n}$
  - 3: **pour**  $k = 1$  **jusqu'à**  $K$  **faire**
  - 4:    $\mathbf{x}_k = [x_l]_{l=n \dots p}$
  - 5:    $\mathbf{H}_k = [h_{lm}]_{l=n \dots p, m=1 \dots M}$
  - 6:    $\mathbf{H}'_k = [h'_{li}]_{l=n \dots p, i=1 \dots I}$
  - 7:    $\mathbf{h}_{mk} = [h_{lm}]_{l=n \dots p, m \in \{1 \dots M\}}$
  - 8:    $\mathbf{R}_{x_k} = P_0 \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H + P_I \mathbf{H}'_k \mathbf{H}'_k^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$
  - 9:    $\mathbf{w}_{mk} = \mathbf{w}_{\text{M-MMSE}, mk}^H = \sqrt{P_0} \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1}$
  - 10:    $y_{mk} = \mathbf{w}_{mk} \mathbf{x}_k$
  - 11:    $v_{mk}^* = \sqrt{\mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}}$
  - 12: **fin pour**
  - 13:  $z_m = \sum_{k=1}^K v_{mk}^* y_{mk}$
- 

où  $\mathbf{R}_{I+N,k}$  est la matrice de covariance de la contribution des interférences plus bruit correspondant au  $k$ -ème sous-groupe, qui est exprimée tel que :

$$\mathbf{R}_{I+N,k} = P_0 \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + P_I \mathbf{H}'_k \mathbf{H}'_k^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N, \quad (\text{VI.2})$$

$$= \mathbf{R}_{x_k} - P_0 \mathbf{h}_{mk} \mathbf{h}_{mk}^H, \quad (\text{VI.3})$$

où  $\bar{\mathbf{H}}_k$  est la matrice obtenue en supprimant la  $m$ -ème colonne de  $\mathbf{H}_k$ . En remplaçant l'expression de  $\mathbf{w}_{mk}$  dans l'équation (VI.1), nous avons :

$$\gamma_{mk} = \frac{P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}}{1 - P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}}. \quad (\text{VI.4})$$

Ensuite, en appliquant le lemme d'inversion de matrice, l'expression du RSBI est réduite à :

$$\gamma_{mk} = P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}. \quad (\text{VI.5})$$

Les  $K$  sorties résultantes sont combinées à la deuxième couche en utilisant le combineur MRC. Cela implique que le RSBI à la sortie finale est égal à la somme des RSBI combinés, tel que :

$$\gamma_m = \sum_{k=1}^K \gamma_{mk}. \quad (\text{VI.6})$$

Dans la suite de cette section, nous présentons des expressions analytiques pour la FDP du RSBI à la sortie de la première couche, le RSBI moyen et le débit du système.

### 3.1 Fonction de densité de probabilité du RSBI à la sortie du M-MMSE

En utilisant (VI.2), le RSBI à la sortie du  $k$ -ème sous-groupe pour l'utilisateur  $m$  est donné par :

$$\gamma_{mk} = P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \left( P_0 \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + P_I \mathbf{H}'_k \mathbf{H}'_k{}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \right)^{-1} \mathbf{h}_{mk}. \quad (\text{VI.7})$$

Il est à noter que la taille du sous-groupe est choisie telle que  $N > M$  où  $N > I$ . Dans ce cas, nous soulignons que les produits  $\bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H$  et  $\mathbf{H}'_k \mathbf{H}'_k{}^H$  sont respectivement des matrices distribuées selon une distribution de Wishart complexe et singulière, telles que  $\mathcal{CW}_N(M-1, \mathbf{I}_N)$  et  $\mathcal{CW}_N(I, \beta \mathbf{I}_N)$  [55]. Trouver la distribution exacte de la combinaison linéaire des matrices de Wishart ayant des matrices de covariance non identiques présente des défis mathématiques dans la communication sans fil [73]. Un résultat important obtenu dans [71] peut être utilisé pour approximer la somme de matrices de Wishart non identiquement distribuées. Cependant, cette approximation n'est pas valable pour tous les cas. En particulier, cette approximation ne peut pas être appliquée lorsque les matrices de Wishart sont singulières. En se basant sur [71], nous proposons d'approximer la somme de ces deux matrices de Wishart par une matrice de Wishart  $\mathbf{S}_k$ , comme suit :

$$P_0 \bar{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{H}}_k^H + P_I \mathbf{H}'_k \mathbf{H}'_k{}^H \approx \alpha_s \mathbf{S}_k, \quad (\text{VI.8})$$

où le nombre de degrés de liberté de la somme des matrices de Wishart est approximé tel que  $d_s = M + I - 1$  et

$$\alpha_s = \frac{P_0(M-1) + P_I \beta I}{d_s} - \epsilon, \quad (\text{VI.9})$$

$$\epsilon = \frac{(P_0 - P_I \beta)(M-1)}{d_s}. \quad (\text{VI.10})$$

Nous notons que  $\epsilon$  correspond à l'erreur d'approximation entre la somme exacte et l'approximation présentée dans [71]. En fait, nous avons dérivé empiriquement une forme mathématique de  $\epsilon$  en considérant différents scénarios de simulation. Soit  $\mathbf{H}_s$  une matrice aléatoire de taille  $N \times d_s$  où les  $d_s$  vecteurs colonnes représentent les canaux de tous les interférants (intra- et inter-cellulaire). La matrice  $\mathbf{S}_k$  peut être exprimée telle que  $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^H$ , qui est indépendante de  $\mathbf{h}_{mk}$  [71]. Ensuite, en utilisant cette approximation,

le RSBI  $\gamma_{mk}$  dans l'équation (VI.7) peut être approximé comme suit :

$$\gamma_{mk} \approx \tilde{\gamma}_{mk} = \frac{P_0}{\alpha_s} \mathbf{h}_{mk}^H \left( \mathbf{S}_k + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \mathbf{h}_{mk}. \quad (\text{VI.11})$$

Dans ce qui suit, nous examinons d'abord la distribution du RSBI lorsque le nombre d'antennes dans chaque sous-groupe  $N$  est supérieur au nombre total d'interférents, i.e.  $N > d_s$ . Ensuite, nous analysons le cas où  $N < d_s$ .

### 3.1.1 cas 1 : $N > d_s$

En appliquant la décomposition spectrale des matrices, la matrice  $\mathbf{S}_k$  est exprimée telle que  $\mathbf{U}^H \Lambda_k \mathbf{U}$ , où  $\mathbf{U}$  est une matrice unitaire et la matrice diagonale  $\Lambda_k$  contient les valeurs propres de  $\mathbf{S}_k$ . En utilisant une approche similaire à celle de [74], le RSBI donné par l'équation (VI.11) est exprimé comme suit :

$$\tilde{\gamma}_{mk} = \frac{P_0}{\alpha_s} \sum_{i=1}^{d_s} \frac{|u_{mk,i}|^2}{\lambda_{ik} + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s}} + \frac{P_0}{\sigma_n^2} \sum_{i=d_s+1}^N |u_{mk,i}|^2 = S_1 + S_2, \quad (\text{VI.12})$$

où  $\{\lambda_{ik}\}$  sont les valeurs propres non nulles de  $\mathbf{S}_k$  pour tout  $1 \leq i \leq d_s$ . Le vecteur  $\mathbf{u}_{mk} = \mathbf{U} \mathbf{h}_{mk} = [u_{mk,1}, \dots, u_{mk,d_s}]^T$  suit la même distribution que  $\mathbf{h}_{mk}$ . Le premier et le deuxième terme de l'équation (VI.12) sont désignés respectivement par  $S_1$  et  $S_2$ . Puisque ces deux termes sont indépendants, la FDP de  $\tilde{\gamma}_{mk}$  est calculée par le produit de convolution des densités de  $S_1$  et  $S_2$  comme suit :

$$f_{\tilde{\gamma}_{mk}}(x) = f_{S_1}(x) \otimes f_{S_2}(x). \quad (\text{VI.13})$$

Examinons d'abord la FDP de  $S_1$ . On a :

$$S_1 = \frac{P_0}{\alpha_s} \sum_{i=1}^{d_s} \frac{|u_{mk,i}|^2}{\lambda_{ik} + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s}}, \quad (\text{VI.14})$$

où  $|u_{mk,i}|^2$  suit une distribution Chi-carré avec deux degrés de liberté. Étant donné que  $|u_{mk,i}|$  et  $\lambda_{ik}$  sont des v.a. indépendantes pour  $1 \leq i \leq d_s$ , nous pouvons exprimer la FDP de  $S_1$  sous forme intégrale. Cependant, cela nécessite l'évaluation de  $d_s$  intégrales et par la suite l'expression de la FDP sera difficile à obtenir pour une grande valeur de  $d_s$ . Nous

allons présenter dans ce travail une expression plus simple pour la distribution de  $\tilde{\gamma}_{mk}$ .

Il est clair que la matrice  $\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s$  est une matrice de Wishart non singulière, dont les valeurs propres sont les mêmes que les valeurs propres non nulles de  $\mathbf{S}_k$ . Nous définissons une variable  $V$  telle que :

$$V = \frac{P_0}{\alpha_s} \mathbf{c}_{mk}^H \left( \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \mathbf{I}_{d_s} \right)^{-1} \mathbf{c}_{mk}, \quad (\text{VI.15})$$

où  $\mathbf{c}_{mk}$  est un vecteur gaussien complexe de moyenne nulle et de variance unitaire. Il est à noter que  $V$  a une décomposition spectrale similaire à celle de  $S_1$ . Par conséquent,  $S_1$  et  $V$  suivent la même distribution.

Dans ce travail, nous considérons le régime limité par les interférences, et nous ignorons l'effet du bruit thermique pour simplifier l'analyse. La variable  $V$  peut être alors approximée comme suit :

$$V \approx \frac{P_0}{\alpha_s} \mathbf{c}_{mk}^H \left( \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s \right)^{-1} \mathbf{c}_{mk}. \quad (\text{VI.16})$$

Étant donné que le vecteur  $\mathbf{c}_{mk} \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I})$  est distribué indépendamment de la matrice  $\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s \sim \mathcal{CW}_{d_s}(d_s, \mathbf{I})$ , la FDP de  $S_1$  est donnée par [75]

$$f_{S_1}(x) \approx \frac{1}{B(d_s, N - d_s + 1)} \left( \frac{P_0}{\alpha_s} \right)^{N - d_s + 1} \frac{x^{d_s - 1}}{\left( x + \frac{P_0}{\alpha_s} \right)^{N + 1}} u(x), \quad (\text{VI.17})$$

où  $u(x)$  est la fonction échelon de Heaviside et  $B(x, y)$  est la fonction Beta. Le deuxième terme  $S_2$  dans (VI.12) est la somme des distributions exponentielles multipliée par  $\frac{P_0}{\sigma_n^2}$ . Par conséquent, il suit une distribution centrale du Khi-carré de  $2(N - d_s)$  degrés de liberté comme suit :

$$f_{S_2}(x) = \frac{1}{\Gamma(N - d_s)} \left( \frac{\sigma_n^2}{P_0} \right)^{N - d_s} x^{N - d_s - 1} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_0} x} u(x). \quad (\text{VI.18})$$

Il s'ensuit que la FDP de  $\tilde{\gamma}_{mk}$  peut être calculée par le produit de convolution de  $f_{S_1}(x)$  et  $f_{S_2}(x)$  tel que :

$$f_{\tilde{\gamma}_{mk}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{S_1}(t) f_{S_2}(x - t) dt. \quad (\text{VI.19})$$

Remplaçant (VI.17) et (VI.18) dans (VI.19), nous obtenons :

$$f_{\tilde{\gamma}_{mk}}(x) = \frac{P_0 \sigma_n^{2(N-d_s)} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_0} x}}{B(d_s, N-d_s+1) \Gamma(N-d_s) \alpha_s^{N-d_s+1}} \int_0^x \frac{t^{d_s-1}}{\left(\frac{P_0}{\alpha_s} + t\right)^{N+1}} (x-t)^{N-d_s-1} e^{\frac{\sigma_n^2}{P_0} t} dt. \quad (\text{VI.20})$$

Ensuite, en appliquant la formule du binôme de Newton sur le polynôme  $(x-t)^{N-d_s-1}$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} f_{\tilde{\gamma}_{mk}}(x) &= \frac{\Gamma(N+1) P_0 \sigma_n^{2(N-d_s)} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_0} x}}{\Gamma(d_s) \Gamma(N-d_s+1) \Gamma(N-d_s) \alpha_s^{N-d_s+1}} \sum_{i=0}^{N-d_s-1} (-1)^i \binom{N-d_s-1}{i} x^{N-d_s-i-1} \\ &\times \int_0^x \frac{t^{d_s+i-1}}{\left(\frac{P_0}{\alpha_s} + t\right)^{N+1}} e^{\frac{\sigma_n^2}{P_0} t} dt. \end{aligned} \quad (\text{VI.21})$$

Soit

$$I = \int_0^x \frac{t^{d_s+i-1}}{\left(\frac{P_0}{\alpha_s} + t\right)^{N+1}} e^{\frac{\sigma_n^2}{P_0} t} dt. \quad (\text{VI.22})$$

Ensuite, l'intégrale  $I$  est encore développée en utilisant la représentation en série entière de la fonction exponentielle comme suit :

$$\begin{aligned} I &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \left(\frac{\sigma_n^2}{P_0}\right)^j \int_0^x \frac{t^{d_s+i+j-1}}{\left(\frac{P_0}{\alpha_s} + t\right)^{N+1}} dt \\ &\stackrel{(a)}{=} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \left(\frac{\sigma_n^2}{P_0}\right)^j \left(\frac{\alpha_s}{P_0}\right)^{N+1} \frac{x^{d_s+i+j}}{d_s+i+j} {}_2F_1\left(N+1, d_s+i+j; d_s+i+j+1; -\frac{\alpha_s}{P_0} x\right), \end{aligned} \quad (\text{VI.23})$$

où l'intégrale est résolue à l'étape (a) en utilisant [60, eq. 3.194-1]. Nous notons aussi que  ${}_2F_1(a, b; c; z)$  est la fonction hypergéométrique de Gauss. Par conséquent, en remplaçant (VI.23) dans (VI.21), nous obtenons :

$$\begin{aligned} f_{\tilde{\gamma}_{mk}}(x) &\approx \frac{\sigma_n^{2(N-d_s)} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_0} x} \alpha_s^{d_s}}{B(d_s, N-d_s+1) \Gamma(N-d_s) P_0^N} \sum_{i=0}^{N-d_s-1} \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{(-1)^i}{j!} \binom{N-d_s-1}{i} \left(\frac{\sigma_n^2}{P_0}\right)^j \times \\ &\frac{x^{N+j-1}}{d_s+i+j} {}_2F_1\left(N+1, d_s+i+j; d_s+i+j+1; -\frac{\alpha_s}{P_0} x\right). \end{aligned} \quad (\text{VI.24})$$



### 3.1.2 cas 2 : $N \leq d_s$

Examinons le cas où le nombre total d'interférants dépasse la taille du sous-groupe. Nous rappelons que le RSBI à la sortie du  $k$ -ème sous-groupe pour l'utilisateur  $m$  est approximé par l'équation (VI.11). Étant donné  $N \leq d_s$ , la matrice  $\mathbf{S}_k$  est une matrice de Wishart non-singulière (de rang plein), i.e.  $\mathbf{S}_k \sim \mathcal{CW}_N(d_s, \mathbf{I}_N)$ , par opposition au cas 1. L'expression de  $\tilde{\gamma}_{mk}$  peut être réécrite comme suit :

$$\tilde{\gamma}_{mk} = \frac{P_0}{\alpha_s} \frac{\mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{h}_{mk}}{\left[ \tilde{\mathbf{h}}_{mk}^H \left( \mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^H + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_{mk} \right]^{-1}}, \quad (\text{VI.25})$$

où  $\tilde{\mathbf{h}}_{mk} = \mathbf{h}_{mk} / \|\mathbf{h}_{mk}\|$ . Examinons le dénominateur de l'expression précédente, noté  $D$ . En utilisant la factorisation QR, le vecteur  $\tilde{\mathbf{h}}_{mk}$  peut être exprimé tel que  $\tilde{\mathbf{h}}_{mk}^H = \mathbf{e}^H \mathbf{Q}$ , où  $\mathbf{e} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$  et  $\mathbf{Q}$  représente une matrice unitaire. Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} D &= \left( \mathbf{e}^H \left( \mathbf{Q} \mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^H \mathbf{Q}^H + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \mathbf{e} \right)^{-1}, \\ &= \left( \mathbf{e}^H \left( \mathbf{A} + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \mathbf{e} \right)^{-1}, \\ &= a_{11} + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} - \mathbf{a}_{12} \left( \mathbf{A}_{22} + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \mathbf{I}_{N-1} \right)^{-1} \mathbf{a}_{21}, \end{aligned} \quad (\text{VI.26})$$

où  $\mathbf{A} = \mathbf{Q} \mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^H \mathbf{Q}^H$ ,  $a_{11}$ ,  $\mathbf{a}_{12}$ ,  $\mathbf{a}_{21}$  et  $\mathbf{A}_{22}$  sont des matrices par blocs où  $a_{11}$  est de taille  $1 \times 1$ . L'expression précédente est obtenue en utilisant la formule d'inversion matricielle par blocs. En outre, le dénominateur  $D$  peut être borné inférieurement comme suit :

$$D \geq a_{11} - \mathbf{a}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{a}_{21} + \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s}. \quad (\text{VI.27})$$

Étant donné que  $a_{11} - \mathbf{a}_{12} \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{a}_{21} = [(A^{-1})_{11}]^{-1}$ , le RSBI  $\tilde{\gamma}_{mk}$  dans (VI.25) est ensuite borné supérieurement comme suit :

$$\tilde{\gamma}_{mk} \leq \frac{P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{h}_{mk}}{\alpha_s [(A^{-1})_{11}]^{-1} + \sigma_n^2} = \frac{P_0 \mu}{\alpha_s \nu + \sigma_n^2} = \frac{a}{b} = \gamma_{mk}^u, \quad (\text{VI.28})$$

où  $\gamma_{mk}^u$  désigne la borne supérieure de  $\tilde{\gamma}_{mk}$ . Il est évident que  $\mu = \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{h}_{mk}$  suit une distribution de Khi-carré de  $2N$  degrés de liberté. De plus, la matrice  $\mathbf{A} = \mathbf{Q} \mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^H \mathbf{Q}^H$  a la même distribution que  $\mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^H$ , i.e.  $\mathcal{CW}_N(d_s, \mathbf{I}_N)$ . En appliquant les propriétés des matrices de Wishart [52],  $\nu = [(A^{-1})_{11}]^{-1}$  suit une distribution centrale du Khi-carré de

$2(d_s - N + 1)$  degrés de liberté. Ainsi, nous avons :

$$f_\mu(x) = \frac{1}{\Gamma(N)} x^{N-1} e^{-x} u(x), \quad (\text{VI.29})$$

$$f_\nu(x) = \frac{1}{\Gamma(d_s - N + 1)} x^{d_s - N} e^{-x} u(x). \quad (\text{VI.30})$$

Il s'ensuit que la FDP de  $a = P_0 \mu$  est calculée comme suit :

$$f_a(x) = \frac{1}{P_0^N \Gamma(N)} x^{N-1} e^{-x/P_0} u(x). \quad (\text{VI.31})$$

De plus, la v.a.  $b = \alpha_s \nu + \sigma_n^2$  est une variable Khi-carré multipliée par  $\alpha_s$  et à laquelle s'ajoute la constante  $\sigma_n^2$ . Ainsi, nous avons :

$$f_b(x) = \frac{(x - \sigma_n^2)^{d_s - N}}{\Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s^{d_s - N + 1}} e^{-\frac{x - \sigma_n^2}{\alpha_s}} u(x - \sigma_n^2). \quad (\text{VI.32})$$

Ensuite, l'inverse de la v.a.  $b$  suit la FDP suivante :

$$f_{1/b}(x) = \frac{\frac{\sigma_n^2}{e^{\alpha_s}}}{\Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s^{d_s - N + 1} x^2} \left( \frac{1}{x} - \sigma_n^2 \right)^{d_s - N} e^{-\frac{1}{\alpha_s x}} u\left( \frac{1}{x} - \sigma_n^2 \right). \quad (\text{VI.33})$$

Étant donné que  $\gamma_{mk}^u$ , qui est donné par l'équation (VI.29), est le produit de deux variables aléatoires indépendantes, la FDP est alors donnée par le produit de convolution de Mellin comme suit :

$$f_{\gamma_{mk}^u}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} f_a(t) f_{1/b}\left(\frac{x}{t}\right) dt. \quad (\text{VI.34})$$

En remplaçant (VI.31) et (VI.33) dans (VI.34), nous obtenons :

$$f_{\gamma_{mk}^u}(x) = \frac{e^{\frac{\sigma_n^2}{\alpha_s}}}{\Gamma(N) \Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s^{d_s - N + 1} P_0^N x^{d_s - N + 2}} \int_{\sigma_n^2 x}^{\infty} t^N (t - \sigma_n^2)^{d_s - N} e^{-t\left(\frac{1}{P_0} + \frac{1}{\alpha_s x}\right)} dt. \quad (\text{VI.35})$$

En appliquant le changement de variable  $s = t - \sigma_n^2$ , nous avons :

$$f_{\gamma_{mk}^u}(x) = \frac{e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_0}}}{\Gamma(N) \Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s^{d_s - N + 1} P_0^N x^{d_s - N + 2}} \int_0^{\infty} s^{d_s - N} (s + \sigma_n^2)^N e^{-s\left(\frac{1}{P_0} + \frac{1}{\alpha_s x}\right)} ds. \quad (\text{VI.36})$$

En appliquant la formule du binôme de Newton sur le polynôme  $(s + \sigma_n^2 x)^N$ , l'équation (VI.36) peut s'écrire comme suit :

$$f_{\gamma_{mk}}^u(x) = \frac{e^{-\frac{\sigma_n^2 x}{P_0}}}{\Gamma(N) \Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s^{d_s - N + 1} P_0^N x^{d_s - N + 2}} \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} (\sigma_n^2 x)^i \int_0^\infty s^{d_s - i} e^{-s \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{\alpha_s x} \right)} ds, \quad (\text{VI.37})$$

où l'intégrale correspond à la définition de la fonction Gamma en faisant le changement de variable  $z = -s \left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{\alpha_s x} \right)$ . Par conséquent, après quelques manipulations, nous obtenons :

$$f_{\gamma_{mk}}^u(x) = \frac{e^{-\frac{\sigma_n^2 x}{P_0}}}{\Gamma(N) \Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s^{d_s - N + 1} P_0^N x^{d_s - N + 2}} \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} (\sigma_n^2 x)^i \frac{\Gamma(d_s - i + 1)}{\left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{\alpha_s x} \right)^{d_s - i + 1}}. \quad (\text{VI.38})$$

### 3.2 RSBI moyen à la sortie du récepteur M-MMSE/MRC

Nous analysons le RSBI moyen à la sortie finale du récepteur à deux couches en considérant les cas  $N > d_s$  et  $N \leq d_s$ . Étant donné l'équation (VI.6), le RSBI à la sortie est la somme des RSBI combinés dans chaque sous-groupe. En supposant que tous les sous-groupes ont le même RSBI moyen, le RSBI moyen à la sortie pour l'utilisateur  $m$ , noté par  $\bar{\gamma}_m$ , peut être calculé comme suit :

$$\bar{\gamma}_m = K \mathbb{E} \{ \gamma_{mk} \} = K \Gamma, \quad (\text{VI.39})$$

où  $\Gamma$  est le RSBI moyen dans un sous-groupe donné.

Lorsque  $N > d_s$ , l'approximation du RSBI  $\tilde{\gamma}_{mk}$  donnée par (VI.12) est exprimée par la somme de deux termes  $S_1$  et  $S_2$ . Ainsi, la moyenne de  $\tilde{\gamma}_{mk}$ , notée par  $\tilde{\Gamma}$ , peut être calculée comme suit :

$$\tilde{\Gamma} = \mathbb{E} \{ \tilde{\gamma}_{mk} \} = \mathbb{E} \{ S_1 \} + \mathbb{E} \{ S_2 \}. \quad (\text{VI.40})$$

En utilisant (VI.17) et (VI.18),  $\tilde{\Gamma}$  est alors exprimé tel que :

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma} = & \frac{1}{B(N - d_s + 1, d_s)} \left( \frac{P_0}{\alpha_s} \right)^{N - d_s + 1} \int_0^\infty \frac{x^{d_s}}{\left( x + \frac{P_0}{\alpha_s} \right)^{N + 1}} dx + \\ & \frac{1}{\Gamma(N - d_s)} \left( \frac{\sigma_n^2}{P_0} \right)^{N - d_s} \int_0^\infty x^{N - d_s} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_0} x} dx, \end{aligned} \quad (\text{VI.41})$$

où la première intégrale est résolue en vertu de [60, eq. 3.194-3] et la deuxième intégrale correspond à la fonction Gamma. Après quelques simplifications, nous obtenons alors :

$$\tilde{\Gamma} = \frac{P_0 d_s}{\alpha_s (N - d_s)} + \frac{P_0}{\sigma_n^2} (N - d_s). \quad (\text{VI.42})$$

Lorsque  $N \leq d_s$ , nous avons dérivé une borne supérieure de  $\tilde{\gamma}_{mk}$  donnée par l'équation (VI.28). Par conséquent, la moyenne  $\Gamma$  est bornée tel que :

$$\Gamma \leq \mathbb{E} \{ \gamma_{mk}^u \} = \Gamma^u, \quad (\text{VI.43})$$

où  $\Gamma^u$  désigne la borne supérieure de  $\Gamma$ . En utilisant (VI.38), nous avons :

$$\begin{aligned} \Gamma^u &= \frac{1}{\Gamma(N) \Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s^{d_s - N + 1} P_0^N} \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} \sigma_n^{2i} \times \\ &\quad \Gamma(d_s - i + 1) \int_0^\infty \frac{x^{N+i-d_s-1} e^{-\frac{\sigma_n^2 x}{P_0}}}{\left( \frac{1}{P_0} + \frac{1}{\alpha_s x} \right)^{d_s - i + 1}} dx. \end{aligned} \quad (\text{VI.44})$$

Ensuite, en utilisant [60, eq. 9.211-4], nous obtenons :

$$\Gamma^u = \frac{P_0 N}{\Gamma(d_s - N + 1) \alpha_s} \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} \left( \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \right)^i \Gamma(d_s - i + 1) \Psi \left( N + 1, N - d_s + i + 1; \frac{\sigma_n^2}{\alpha_s} \right), \quad (\text{VI.45})$$

où  $\Psi(a; b; z)$  est la fonction de Tricomi. Par conséquent, le RSBI moyen à la sortie du récepteur M-MMSE/MRC pour l'utilisateur  $m$  est alors donné par :

$$\bar{\gamma}_m \approx K \tilde{\Gamma} \quad \text{pour } N > d_s, \quad (\text{VI.46})$$

$$\bar{\gamma}_m \leq K \Gamma^u \quad \text{pour } N \leq d_s. \quad (\text{VI.47})$$

## 4 Borne supérieure de la capacité ergodique

En se basant sur les résultats obtenus, nous calculons dans cette section le débit du système en liaison montante pour le récepteur à deux couches proposé. Étant donné (VI.6), le débit réalisable (ou la capacité ergodique) pour un utilisateur  $m$  peut être ex-

primé en bits/secondes/Hertz tel que :

$$R_m = \mathbb{E} \left\{ \log_2 (1 + \gamma_m) \right\}. \quad (\text{VI.48})$$

En appliquant l'inégalité de Jensen pour les fonctions concaves, le débit réalisable est borné par

$$R_m \leq \log_2 \left( 1 + \mathbb{E} \{ \gamma_m \} \right) = R_m^u, \quad (\text{VI.49})$$

où  $R_m^u$  désigne la borne supérieure du  $R_m$ . En utilisant les résultats analytiques obtenus pour le RSBI moyen du récepteur M-MMSE/MRC, nous obtenons :

$$R_m^u = \begin{cases} \log_2 (1 + K\tilde{\Gamma}), & \text{pour } N > d_s, \\ \log_2 (1 + K\Gamma^u), & \text{pour } N \leq d_s, \end{cases} \quad (\text{VI.50})$$

où  $\tilde{\Gamma}$  et  $\Gamma^u$  sont dérivés respectivement dans (VI.42) et (VI.45). Par conséquent, le débit total réalisable pour tous les utilisateurs désirés peut être borné par :

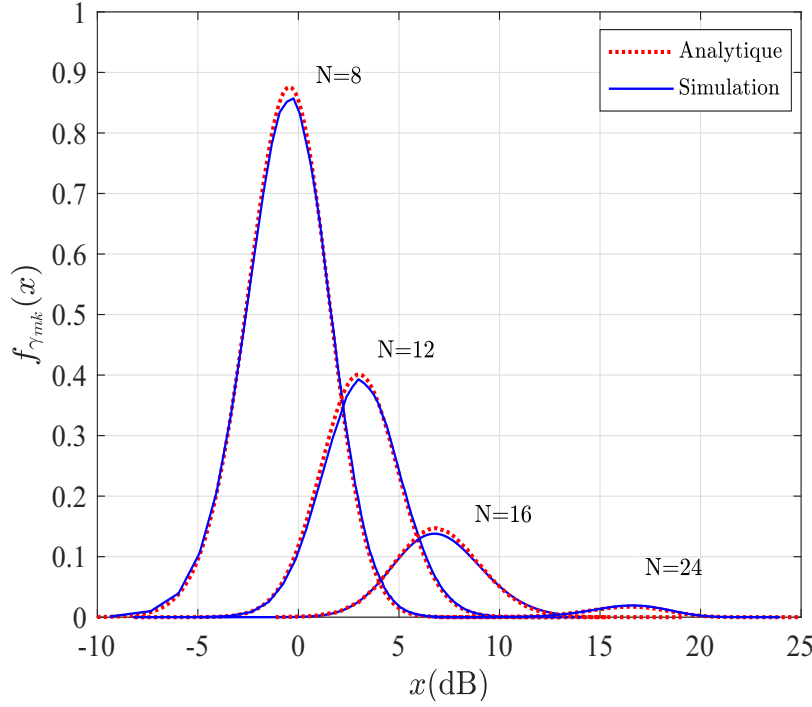
$$R = \sum_{m=1}^M R_m \leq M R_m^u. \quad (\text{VI.51})$$

## 5 Résultats de simulation

Dans cette section, nous allons présenter des simulations pour valider les expressions développées ainsi que pour étudier les effets des interférences inter-cellulaires et la taille du sous-groupe sur les performances du récepteur à deux couches M-MMSE/MRC en termes du RSBI et de capacité ergodique dans un canal MIMO massif. Nous supposons que  $\beta_m = 1$  et  $\beta'_i = \beta$  pour  $i \in [1, I]$ . Le facteur d'interférence inter-cellulaires  $\beta$  est choisi tel que  $\beta \in [0.1, 1]$ . De plus, nous choisissons les puissances transmises telles que  $P_0 = P_I = 10$  dB.

Dans la figure VI.1, nous avons tracé la FDP du RSBI à la sortie de la première couche de traitement lorsque  $L = 48$ ,  $M = 5$  et  $I = 15$  pour différentes valeurs de  $N$ . D'après l'approximation utilisée dans (VI.8), nous avons ici  $d_s = M + I - 1 = 19$ . La légende, *Analytique*, indique l'approximation obtenue dans (VI.24) pour  $N > d_s$  et la borne supérieure obtenue dans (VI.38) pour  $N \leq d_s$ .

À un RSB = 10dB, nous observons que les résultats analytiques coïncident parfaitement avec les simulations Monte-Carlo et la borne devient plus précise lorsque  $N$  augmente.



**FIGURE VI.1** – FDP de  $\gamma_{mk}$  pour  $L = 48$ ,  $M = 5$ ,  $I = 15$ ,  $\beta = 0.5$  et RSB=10 dB pour différentes valeurs de  $N = \{8, 12, 16, 24\}$ .

De plus, nous remarquons que lorsque  $N$  augmente, les distributions deviennent plus étroites et sont translatées vers la droite. En particulier, le comportement de la FDP autour de zéro perd son importance, ce qui se traduit par une amélioration des performances du système.

La figure VI.2 illustre le RSBI moyen à la sortie finale du récepteur proposé pour l'utilisateur  $m$ , en considérant le même scénario que dans la figure VI.1 avec des valeurs différentes de  $L$ . Nous constatons que les courbes analytiques sont précises. Nous observons également que le RSBI moyen augmente lorsque la taille du sous-groupe  $N$  augmente. Les meilleures performances sont obtenues lorsque  $N = 24 > d_s$ . En effet, le récepteur M-MMSE à la première couche permet une réduction significative des interférences. Lorsque  $N = \{8, 12, 16\} < d_s$ , nous constatons une perte de performances par rapport à celles obtenues lorsque  $N = 24$ . Dans ces cas, les performances peuvent être améliorées en augmentant la taille du réseau d'antennes. Il est intéressant de signaler qu'à un RSBI moyen fixe ( $\bar{\gamma}_m \simeq 12$  dB), la complexité de calcul peut être réduite lorsque  $N$  décroît.

La figure VI.3 illustre l'effet des interférences inter-cellulaires sur le débit réalisable en liaison montante du récepteur M-MMSE/MRC avec  $L = 96$ ,  $M = 10$  et  $I = 20$ . La cohésion entre les résultats analytiques et les simulations valide la précision de notre analyse

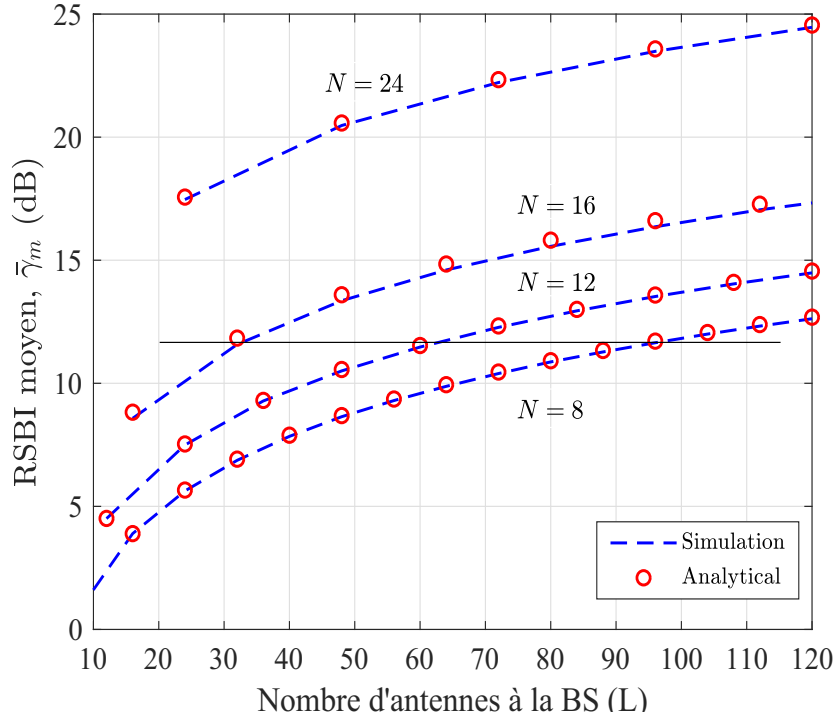


FIGURE VI.2 – RSBI moyen en fonction du nombre d'antennes  $L$  pour  $M = 5$ ,  $I = 15$ ,  $\beta = 0.5$  et  $RSB=10$  dB pour différentes valeurs de  $N$ .

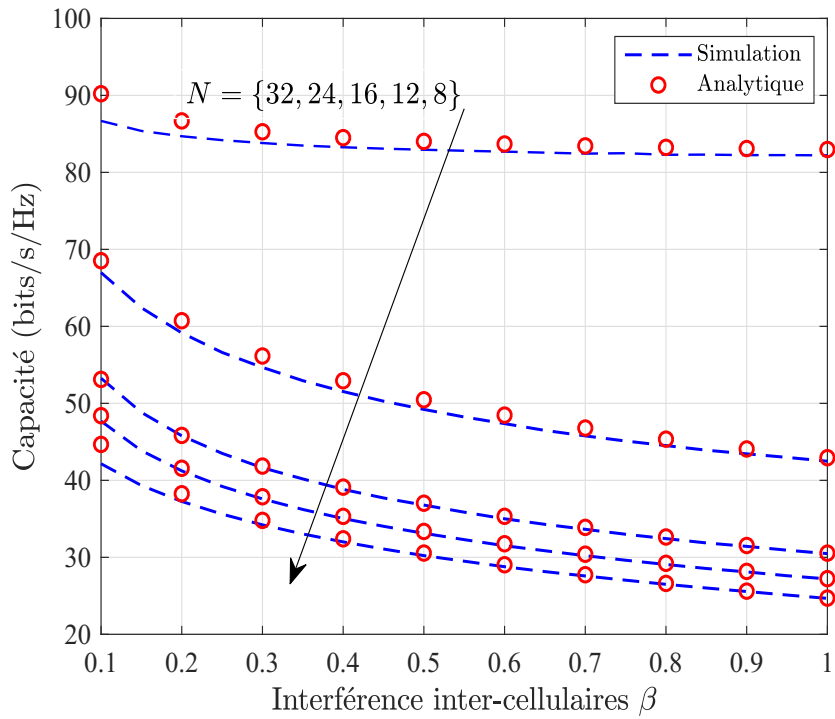


FIGURE VI.3 – Capacité en fonction du facteur d'interférence inter-cellulaires  $\beta$  pour  $L = 96$ ,  $M = 10$ ,  $I = 20$  et  $RSB=15$  dB.

dans le régime à RSB élevé. Lorsque  $N = 32 > d_s$ , le débit réalisable est important, soit plus que 80 bits/s/Hz. De plus, ce débit demeure constant en augmentant le facteur d'interférence  $\beta$ . D'autre part, lorsque  $N < d_s$ , les débits réalisables diminuent considérablement quand  $\beta$  augmente. Nous pouvons conclure que le récepteur M-MMSE/MRC garantit de bonnes performances lorsque  $N > I$ .

## 6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude analytique des performances du récepteur M-MMSE/MRC proposé. L'analyse est établie dans les deux cas où la taille du sous-groupe est inférieure ou supérieure au nombre total d'interférants. À fort RSB, nous avons dérivé des bornes et des approximations pour la FDP du RSBI à la sortie de la première couche, le RSBI moyen à la sortie finale et le débit réalisable. La validité des résultats théoriques est confirmée par des simulations Monte-Carlo. De plus, bien que les expressions analytiques impliquent des fonctions hypergéométriques, elles peuvent être plus simples à implémenter que les simulations Monte-Carlo.

Nous avons prouvé que le récepteur M-MMSE/MRC fournit des gains en débit importants lorsque  $N > d_s$ . Cependant, lorsque la taille du sous-groupe  $B$  devient plus petite, la complexité de calcul est réduite, mais il y a une dégradation notable des performances. Pourtant, elles peuvent être améliorées en augmentant la taille de la matrice d'antennes.



---

# Chapitre VII

---

## Conclusion générale et perspectives

### 1 Conclusion

Le MIMO massif est une technologie de pointe pour les futurs réseaux de communication sans fil. En effet, l'utilisation d'un grand nombre d'antennes à la réception dans un mode multi-utilisateur permet d'atteindre une amélioration considérable de débit du système, des degrés de liberté et de la fiabilité de communication. Toutefois, il existe un certain nombre de défis à relever. Cela inclut notamment le traitement du signal reçu par la BS et la gestion des interférences inter-cellulaires.

L'objectif principal de ce travail était la réduction de la complexité numérique du traitement du signal à la BS tout en maintenant de bonnes performances dans un contexte MIMO massif en présence d'interférences. Pour ce faire, nous avons proposé des schémas de détection considérant des traitements linéaires.

Dans un premier temps, nous avons proposé une approche s'appuyant sur le concept à deux couches, qui consiste à subdiviser la matrice d'antennes à grande échelle en un ensemble de sous-groupes d'antennes. Il suffit d'appliquer le récepteur M-MMSE au niveau de chaque sous-groupe (la première couche de traitement), pour ensuite combiner les sorties résultant du premier niveau à l'aide du combineur MRC ou du récepteur M-MMSE (deuxième couche de traitement). Il est à noter que le traitement à la deuxième couche dépend pratiquement du choix de la taille de sous-groupe par rapport au nombre total d'utilisateurs. Dans le cas où la taille de sous-groupe dépasse le nombre total des signaux désirés et interférants, le combineur MRC est efficace pour atteindre de bonnes performances. Dans le cas contraire, les degrés de liberté sont insuffisants pour combattre l'effet d'interférences, et par conséquent le récepteur M-MMSE devient plus efficace. Les récepteurs proposés sont dénotés M-MMSE/MRC et M-MMSE/M-MMSE.

Dans un second temps, nous avons proposé une deuxième approche s'appuyant sur le concept à multi-couches. Ce schéma consiste à subdiviser autant de fois la matrice d'antennes, appliquer le récepteur M-MMSE au niveau de chaque sous-groupe et combiner les sorties résultantes à l'aide du MRC à la dernière couche. Dans ce travail, nous avons présenté le récepteur à 3 couches noté M-MMSE/M-MMSE/MRC. Les résultats obtenus par la simulation Monte-Carlo montrent que les méthodes proposées présentent moins de complexité que le récepteur M-MMSE et peuvent atteindre des performances quasi optimales.

Une étude analytique des performances du récepteur proposé M-MMSE/MRC en présence d'interférences entre cellules est fournie. En effet, nous avons analysé le rapport RSBI pour le récepteur proposé ainsi que les récepteurs conventionnels, en prenant en compte la puissance reçue des interférants. Par ailleurs, nous avons étudié l'effet d'évanouissement à petite et à grande échelle sur les puissances d'interférences résiduelles à la sortie de la première couche de traitement. Nous avons constaté que l'interférence entre les cellules est prédominante, surtout lorsque le shadowing est fort ou lorsque la taille du sous-groupe est comparable au nombre total d'utilisateurs. Cependant, appliquer le récepteur M-MMSE au niveau de la deuxième couche de traitement offre des gains considérables dans ce contexte.

En se basant sur la théorie des matrices aléatoires, nous avons dérivé aussi des expressions de la distribution du RSBI à la sortie de la première couche du récepteur proposé. En outre, des expressions analytiques du RSBI moyen et de la capacité ergodique sont déterminées. La validité des résultats théoriques est confirmée par des simulations de Monte-Carlo pour différentes configurations du système. De plus, bien que les expressions analytiques impliquent des fonctions hypergéométriques, elles sont plus faciles à implémenter que les simulations Monte-Carlo.

## 2 Perspectives

Nous souhaitons que notre travail de recherche ouvre de nouvelles perspectives dans le domaine de la communication numérique. Les réponses qu'il a données ont certes permis de combler certaines interrogations. Toutefois, d'autres questionnements peuvent faire surface et donner lieu à des pistes de recherches intéressantes.

Tout d'abord, nous avons élaboré notre recherche dans le but d'atteindre un compromis entre performance et complexité de calcul. Il est très intéressant d'atteindre une réduction au niveau de la complexité matérielle, soit le nombre de chaînes RF associé au nombre accru d'antennes. En s'appuyant sur le concept à 2 couches, nous proposons d'appliquer SC au lieu de M-MMSE à la première couche de traitement puis le MMSE à la deuxième couche de traitement. Le SC consiste à choisir le signal ayant la puissance maximale ou le meilleur RSB parmi tous les signaux reçus, le SC choisit un ou deux antennes parmi les  $N$  antennes dans chaque sous groupe. Du coup, on peut atteindre une réduction au niveau de nombre de chaînes RF et bien évidemment une réduction de la complexité du modèle matériel à développer.

Ensuite, nous estimons qu'il serait opportun d'étudier l'impact de l'estimation de canal et la corrélation sur la performance du récepteur MIMO massif proposé.

Enfin, des recherches futures peuvent envisager l'utilisation de notre récepteur pour des modèles de canaux différents (des canaux avec ligne de vue : modèle de Rice et / ou de Nakagami).

---

# Annexes

## A Calcul de la puissance des interférences intra-cellulaires résiduelles

Nous présentons dans cette annexe la démonstration de la proposition 4.1 donnée au chapitre V. À partir de l'équation (V.34), la puissance de l'interférence intra-cellulaire est donnée par :

$$P_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk}) = P_0 \sum_{n \neq m}^M |\mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}_{nk}|^2. \quad (\text{A.1})$$

Remplaçons l'expression de  $\mathbf{w}_{mk}$  donnée par (V.32) dans (A.1), et en simplifiant, nous obtenons :

$$P_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk}) = P_0^2 \sum_{n \neq m}^M \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \mathbf{R}_{x_k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}, \quad (\text{A.2})$$

$$= \frac{P_0^2 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \sum_{n \neq m}^M \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}}{\left(1 + P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}\right)^2}, \quad (\text{A.3})$$

où l'équation (A.3) est dérivée en utilisant le lemme d'inversion matricielle comme suit :

$$\mathbf{R}_{x_k}^{-1} = \left(\mathbf{R}_{I+N,k} + P_0 \mathbf{h}_{mk} \mathbf{h}_{mk}^H\right)^{-1} = \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{P_0 \mathbf{h}_{mk} \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}}{1 + P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}}\right). \quad (\text{A.4})$$

À partir de l'équation (A.3), nous définissons :  $\mathbf{Z} = \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \sum_{n \neq m}^M \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}$ . Il est à noter que le rayon spectral de  $\mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}$  est uniformément borné par  $1/\sigma_n^2$  et  $\mathbf{h}_{mk}$  est indépendant de  $\mathbf{Z}$  et  $\mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}$ . Par conséquent, en appliquant le lemme 3.1, nous obtenons  $P_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk}) \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{p.s.} \bar{P}_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk})$ , où  $\bar{P}_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk})$  est donné par :

$$\bar{P}_{\text{intra}}(\mathbf{w}_{mk}) = \frac{P_0^2 \beta_m \text{trace}\{\mathbf{Z}\}}{\left(1 + P_0 \beta_m \text{trace}\{\mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}\}\right)^2}. \quad (\text{A.5})$$

Dans ce qui suit, nous calculons séparément les termes de numérateur et dénominateur de l'expression précédente. D'abord, nous exprimons le terme  $\text{trace}\{\mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}\}$  comme suit :

$$\text{trace}\{\mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}\} = \left\| \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1/2} \right\|_F^2 = \frac{\left(\text{Cond}_F(\mathbf{R}_{I+N,k}^{1/2})\right)^2}{\text{trace}\{\mathbf{R}_{I+N,k}\}} \quad (\text{A.6})$$

$$= \frac{\left(\text{Cond}_F(\mathbf{R}_{I+N,k}^{1/2})\right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m}^M \lambda_j + P_I \sum_{j=1}^I \lambda'_j + N \sigma_n^2}. \quad (\text{A.7})$$

Ensuite l'expression  $\text{trace}\{\mathbf{Z}\}$  dans l'équation (A.5) peut être développée comme suit :

$$\text{trace}\{\mathbf{Z}\} = \text{trace}\left\{\mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \sum_{n \neq m}^M \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1}\right\} \quad (\text{A.8})$$

$$\stackrel{(a)}{=} \sum_{n \neq m}^M \mathbf{h}_{nk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-2} \mathbf{h}_{nk} \quad (\text{A.9})$$

$$\stackrel{(b)}{=} \sum_{n \neq m}^M \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-2} \left( \mathbf{I} - 2 \frac{P_0 \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1}}{1 + P_0 \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk}} + \frac{P_0^2 \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1}}{\left(1 + P_0 \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk}\right)^2} \right) \mathbf{h}_{nk} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n \neq m}^M \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-2} \mathbf{h}_{nk} - 2 \frac{P_0 \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-2} \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk}}{1 + P_0 \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk}} \\ &+ \frac{P_0^2 \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-2} \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk}}{\left(1 + P_0 \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk}\right)^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

où l'étape (a) et l'étape (b) sont respectivement obtenues en utilisant le fait que  $\text{trace}\{\mathbf{h}\mathbf{h}^H\} = \mathbf{h}^H \mathbf{h}$  et le lemme d'inversion matricielle comme suit :

$$\mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} = \left( \bar{\mathbf{R}}_n + P_0 \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \right)^{-1} = \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \left( \mathbf{I} - \frac{P_0 \mathbf{h}_{nk} \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1}}{1 + P_0 \mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk}} \right). \quad (\text{A.12})$$

En appliquant le lemme 3.1, nous déduisons que les termes à l'équation (A.12) convergent vers :

$$\mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{h}_{nk} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{p.s.} \beta_n \text{trace}\{\bar{\mathbf{R}}_n^{-1}\} = \theta_n \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{h}_{nk}^H \bar{\mathbf{R}}_n^{-2} \mathbf{h}_{nk} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{p.s.} \beta_n \text{trace}\{\bar{\mathbf{R}}_n^{-2}\} = \delta_n. \quad (\text{A.14})$$

Aussi,  $\text{trace}\{\mathbf{Z}\}$  converge vers :

$$\text{trace}\{\mathbf{Z}\} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{p.s.} \sum_{n \neq m}^M \delta_n - \frac{2P_0 \delta_n \theta_n}{1 + P_0 \theta_n} + \frac{P_0^2 \delta_n \theta_n^2}{(1 + P_0 \theta_n)^2}. \quad (\text{A.15})$$

De manière similaire à (A.6), nous obtenons :

$$\theta_n = \beta_n \frac{\left( \text{Cond}_F(\bar{\mathbf{R}}_n^{1/2}) \right)^2}{P_0 \sum_{j \neq m,n}^M \lambda_j + P_I \sum_{j=1}^I \lambda'_j + N \sigma_n^2} \quad (\text{A.16})$$

$$\delta_n = \beta_n \frac{\left( \text{Cond}_F(\bar{\mathbf{R}}_n) \right)^2}{\text{trace}\{\bar{\mathbf{R}}_n^2\}} \quad (\text{A.17})$$

$$\stackrel{(c)}{=} \beta_n \frac{\left( \text{Cond}_F(\bar{\mathbf{R}}_n) \right)^2}{\left( P_0 \sum_{j \neq m,n}^M \lambda_j + P_I \sum_{j=1}^I \lambda'_j + N \sigma_n^2 \right)^2 - 2 \sum_{j < l} \bar{\lambda}_j \bar{\lambda}_l}, \quad (\text{A.18})$$

où l'égalité à l'étape (c) est obtenue en utilisant le fait que pour toute matrice aléatoire  $\mathbf{A}$  de dimension  $N$ , avec les valeurs propres aléatoires  $\lambda_{A,1}, \dots, \lambda_{A,N}$ , nous avons  $\text{trace}\{\mathbf{A}^2\} = (\text{trace}\{\mathbf{A}\})^2 - 2 \sum_{i < j} \lambda_{A,i} \lambda_{A,j}$ . Par conséquent, en remplaçant les équations (A.16), (A.18), (A.7), (A.15) dans l'équation (A.5), on obtient l'expression finale de la proposition 4.1.

## B Calcul de la puissance des interférences inter-cellulaires résiduelles

En remplaçant l'équation (V.32) dans (V.35), nous avons :

$$P_{\text{inter}}(\mathbf{w}_{mk}) = P_I \sum_{i=1}^I \left| \mathbf{w}_{mk} \mathbf{h}'_{ik} \right|^2, \quad (\text{B.1})$$

$$= \frac{P_I P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \sum_{i=1}^I \mathbf{h}'_{ik} \mathbf{h}_{ik}^{'H} \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \mathbf{h}_{mk}}{\left( 1 + P_0 \mathbf{h}_{mk}^H \mathbf{R}_{I+N,k}^{-1} \mathbf{h}_{mk} \right)^2}. \quad (\text{B.2})$$

La suite de la démonstration est similaire à celle de la proposition 4.1.





---

## Références bibliographiques

- [1] T. L. Marzetta, "Noncooperative Cellular Wireless with Unlimited Numbers of Base Station Antennas," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 9, no. 11, pp. 3590–3600, Nov. 2010.
- [2] T. S. Rappaport, *Wireless Communications : Principles and Practice*, R. with corrections, Ed. Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall PTR, Jul. 1999.
- [3] R. Vaughan and J. Andersen, *Channels, Propagation and Antennas for Mobile Communications*. United Kingdom : IEE Electromagnetic Waves Series 50, 2003.
- [4] M. Pätzold, *Mobile Radio Channels*. John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- [5] A. F. Molisch, *Wireless Communications*, 2nd Edition, Ed. Wiley, 2011.
- [6] A. O. Messaoud, "Modélisation et estimation de canaux pour les communications sans fil," Master's thesis, Université du Québec à Trois-Rivières, 2002.
- [7] H.-C. Yang and M. S. Alouini, *Order Statistics in Wireless Communications Diversity, Adaptation, and Scheduling in MIMO and OFDM Systems*. Cambridge University Press, 2011.
- [8] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge university press, 2005.
- [9] L. Zheng and D. N. C. Tse, "Diversity and Multiplexing : A Fundamental Tradeoff in Multiple-Antenna Channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 5, pp. 1073–1096, May 2003.
- [10] T. L. Marzetta, "How Much Training is Required for Multiuser MIMO?" in *Proc., IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, pp. 359-363, Oct. 2006.
- [11] H. Holma and A. Toskala, *LTE for UMTS : Evolution to LTE-Advanced*. John Wiley & Sons, Ltd, 2011.

- [12] F. Rusek, D. Persson, K. L. Buon, E. G. Larsson, T. L. Marzetta, O. Edfors, and F. Tufvesson, "Scaling Up MIMO : Opportunities and Challenges with Very Large Arrays," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 30, no. 1, pp. 40–60, Dec. 2012.
- [13] J. Hoydis, S. ten Brink, and M. Debbah, "Massive MIMO in the UL/DL of Cellular Networks : How Many Antennas Do We Need ?" *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 31, no. 2, pp. 160–171, Jan. 2013.
- [14] H. Q. Ngo, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, "Energy and Spectral Efficiency of Very Large Multiuser MIMO Systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 61, no. 4, pp. 1436–1449, Apr. 2013.
- [15] E. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T. Marzetta, "Massive MIMO for Next Generation Wireless Systems," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, no. 2, pp. 186–195, 2014.
- [16] L. Lu, G. Y. Li, A. L. Swindlehurst, A. Ashikhmin, and R. Zhang, "An Overview of Massive MIMO : Benefits and Challenges," *IEEE J. Sel. Topics in Signal Process.*, vol. 8, no. 5, pp. 742–758, Oct. 2014.
- [17] E. Björnson, L. Sanguinetti, J. Hoydis, and M. Debbah, "Optimal Design of Energy-Efficient Multi-User MIMO Systems : Is Massive MIMO the Answer ?" *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 14, no. 6, pp. 3059–3075, Jun. 2015.
- [18] A. Ashikhmin and T. Marzetta, "Pilot Contamination Precoding in Multi-Cell Large Scale Antenna Systems," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Inform. Theory*, pp. 1137–1141, 2012.
- [19] R. R. Muller, L. Cottatellucci, and M. Vehkaperä, "Blind Pilot Decontamination," *IEEE J. Sel. Topics in Signal Process.*, vol. 8, no. 5, pp. 773–786, Oct. 2014.
- [20] E. Björnson, J. Hoydis, and L. Sanguinetti, "Massive MIMO Has Unlimited Capacity," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 17, no. 1, pp. 574–590, Jan. 2018.
- [21] H. Q. Ngo, T. L. Marzetta, and E. G. Larsson, "Aspects of Favorable Propagation in Massive MIMO," in *Proc. European Signal Processing Conference(EUSIPCO)*. Lisbon, Portugal, Sep. 2014.
- [22] X. JIANG, "MIMO Massif : transformer le concept en realite enexploitant la reciprocite du canal," phdthesis, Université Côte d'Azur, Oct. 2017.
- [23] G. S. Smith, "A Direct Derivation of a Single-Antenna Reciprocity Relation for the Time Domain," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 52, pp. 1568–1577, Jun. 2004.
- [24] M. Chiani, M. Z. Win, and A. Zanella, "Error Probability for Optimum Combining of M-ary PSK Signals in the Presence of Interference and Noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 11, pp. 1949–1957, Nov. 2003.
- [25] S. Yang and L. Hanzo, "Fifty Years of MIMO Detection : The Road to Large-Scale MIMOs," *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 17, no. 4, pp. 1941–1988, 2015.

- [26] X. Zhu and R. D. Murch, "Performance Analysis of Maximum Likelihood Detection in a MIMO Antenna System," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, pp. 187–191, Feb. 2002.
- [27] M. A. Albreem, M. Juntti, and S. Shahabuddin, "Massive MIMO Detection Techniques : A Survey," *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 21, no. 4, pp. 3109–3132, Aug. 2019.
- [28] M. El-Khamy, H. Vikalo, B. Hassibi, and R. J. McEliece, "Performance of Sphere Decoding of Block Codes," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 57, pp. 2940–2950, 2009.
- [29] B. Shim and I. Kang, "On Further Reduction of Complexity in Tree Pruning based Sphere Search," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 2, pp. 417–422, Feb. 2010.
- [30] D. Seethaler, J. Jalden, C. Studer, and H. Bolcskei, "On the Complexity Distribution of Sphere Decoding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 9, pp. 5754–5768, Sep. 2011.
- [31] M. A. M. Albreem and M. F. M. Salleh, "Radius Selection for Lattice Sphere Decoder-based Block Data Transmission Systems," *Wireless Networks, Springer*, vol. 22, no. 2, pp. 655–662, Feb. 2016.
- [32] A. Chockalingam, "Low-Complexity Algorithms for Large-MIMO Detection," in *Proc., Int. Symp. on Commun., Control and Signal*, pp. 1-6, Mar. 2010.
- [33] T. Datta, N. Srinidhi, A. Chockalingam, and B. S. Rajan, "Random-Restart Reactive Tabu Search Algorithm for Detection in Large-MIMO Systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, no. 12, pp. 1107–1109, Dec. 2010.
- [34] A. A. J. Pereira and R. Sampaio-Neto, "A Random-List Based LAS Algorithm for Near-Optimal Detection in Large-Scale Uplink Multiuser MIMO Systems," in *Proc. ITG Workshop Smart Antennas*. pp. 1-5 : VDE, Mar. 2015.
- [35] M. Chaudhary, N. K. Meena, and R. S. Kshetrimayum, "Local Search based Near Optimal Low Complexity Detection for Large MIMO System," in *Proc. Int. Conf. on adv. Networks and Telecommun. Syst.*, pp. 1-5, Nov. 2016.
- [36] A. K. Sah and A. K. Chaturvedi, "Reduced Neighborhood Search Algorithms for Low Complexity Detection in MIMO Systems," in *Proc., IEEE Global Telecomm. Conf.*, pp. 1-6, 2015.
- [37] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela, "V-BLAST : an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in *Proc., Int. Symp. on Signals, Systems, and Electronics.*, pp. 295-300, Sep. 1998.
- [38] Y. Jiang, M. K. Varanasi, and J. Li, "Performance Analysis of ZF and MMSE Equalizers for MIMO Systems : An In-Depth Study of the High SNR Regime," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 4, pp. 2008–2026, Apr. 2011.

- [39] K. A. Alnajjar, P. J. Smith, and G. K. Woodward, "Low Complexity V-BLAST for Massive MIMO," in *Australian Commun. Th. Work.*, pp. 22-26, Feb. 2014.
- [40] M. Mandloi, M. A. Hussain, and V. Bhatia, "Improved Multiple Feedback Successive Interference Cancellation Algorithms for Near-Optimal MIMO Detection," *IET Commun.*, vol. 11, no. 1, pp. 150–159, 2017.
- [41] M. Matthaiou, C. Zhong, M. R. McKay, and T. Ratnarajah, "Sum Rate Analysis of ZF Receivers in Distributed MIMO Systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 31, no. 2, pp. 180–191, Feb. 2013.
- [42] H. Q. Ngo, M. Matthaiou, T. Q. Duong, and E. G. Larsson, "Uplink Performance Analysis of Multicell MU-SIMO Systems With ZF Receivers," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 62, no. 9, pp. 4471–4483, Nov. 2013.
- [43] G. J. Foschini, K. Karakayali, and R. A. Valenzuela, "Coordinating Multiple Antenna Cellular Networks to Achieve Enormous Spectral Efficiency," *IEE Proc. Commun., IET*, vol. 153, no. 4, pp. 548–555, Aug. 2006.
- [44] N. Liang, W. Zhang, and C. Shen, "An Uplink Interference Analysis for Massive MIMO Systems with MRC and ZF Receivers," in *Proc., IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, pp. 310-315, Mar. 2015.
- [45] J. H. Winters, J. Salz, and R. D. Gitlin, "The Impact of Antenna Diversity on the Capacity of Wireless Communication Systems," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 1740–1751, Feb. 1994.
- [46] D. L. Milliner, E. Zimmermann, J. R. Barry, and G. Fettweis, "A Fixed-Complexity Smart Candidate Adding Algorithm for Soft-Output MIMO Detection," *IEEE J. Select. Topics in Signal Processing*, vol. 3, no. 6, pp. 1016–1025, Dec. 2009.
- [47] S. Verdú, "Computational Complexity of Multiuser Detection," *Algorithmica*, vol. 4, pp. 302–312, Jun. 1989.
- [48] K. Guo and G. Ascheid, "Performance Analysis of Multi-Cell MMSE based Receivers in MU-MIMO Systems with Very Large Antenna Arrays," in *Proc., IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, pp. 3175-3179, Apr. 2013.
- [49] N. Krishnan, R. D. Yates, and N. B. Mandayam, "Uplink Linear Receivers for Multi-Cell Multiuser MIMO With Pilot Contamination : Large System Analysis," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 13, no. 8, pp. 4360–4373, 2014.
- [50] X. Li, E. Björnson, E. G. Larsson, S. Zhou, and J. Wang, "Massive MIMO with Multi-Cell MMSE Processing : Exploiting all Pilots for Interference Suppression," *EUR-ASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, no. 117, Jun. 2017.
- [51] T. K. Mood and W. C. Stirling, *Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing*. Upper Saddle River, NJ, USA : Prentice-Hall, 2000.

- [52] R. J. Muirhead, *Aspects of Multivariate Statistical Theory*. John Wiley & Sons, Ltd, 1982.
- [53] C. G. Khatri, "A Note on Mitra's Paper "A Density Free Approach to the Matrix Variate Beta Distribution",," *Sankhya : The Indian Journal of Statistics, Series A (1961-2002)*, vol. 32, no. 3, pp. 311–318, 1970.
- [54] M. Srivastava and C. Khatri, *An Introduction to Multivariate Statistics*. North-Holland, New York., 1979.
- [55] M. S. Srivastava, "Singular Wishart and multivariate beta distributions," *Ann. Statist.*, vol. 31, no. 5, pp. 1537–1560, Oct. 2003.
- [56] T. Bodnar, S. Mazur, and Y. Okhrin, "Distribution of the product of singular Wishart matrix and normal vector," *Theory of Probability and Mathematical Statistics*, vol. 91, pp. 1–15, 2014.
- [57] L. Hong and A. G. Armada, "Bit Error Rate Performance of MIMO MMSE Receivers in Correlated Rayleigh Flat-Fading Channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 1, pp. 313–317, Jan 2011.
- [58] H. Q. Ngo, M. Matthaiou, and E. G. Larsson, "Performance analysis of large scale MU-MIMO with optimal linear receivers," in *Proc. IEEE Swedish Commun. Techn. Work. (Swe-CTW)*, pp. 59–64, Oct. 2012.
- [59] V. A. Aalo and J. Zhang, "Performance Analysis of Maximal Ratio Combining in the Presence of Multiple Equal-Power Cochannel Interferers in a Nakagami Fading Channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 50, no. 2, pp. 497–503, Mar. 2001.
- [60] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*. 7th ed. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2007.
- [61] K. Guo, Y. Guo, G. Fodor, and G. Ascheid, "Uplink Power Control with MMSE Receiver in Multi-Cell MU-Massive-MIMO Systems," in *Proc., IEEE Int. Conf. on Commun.*, pp. 5184-5190, Jun. 2014.
- [62] S. Roy, "Performance analysis of hierarchical selection diversity combining in Rayleigh fading," in *Proc. IEEE. ICNC*, pp. 983-987, Jan. 2013.
- [63] B. Zhu, J. Cheng, H. T. Cheng, R. Selea, and L. Wu, "Performance of hierarchical diversity over correlated rician channels," in *Proc., IEEE Global Telecomm. Conf.*, pp. 3970-3975, Dec 2014.
- [64] —, "An Asymptotic study of Hierarchical Diversity Reception over Rician Channels with Arbitrary Correlation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 65, no. 5, pp. 3299–3311, May 2016.

- [65] W. Abid, S. Roy, M. L. Ammari, and H. Fu, "Linear Processing for Uplink Massive MIMO Systems in the Presence of Co-Channel Interferers," in *International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob)*, pp. 1-6, Oct. 2018.
- [66] W. Abid, S. Roy, and M. L. Ammari, "Multi-Layer Linear Processing for Uplink Massive MIMO Systems in the Presence of Unequal-Power Co-Channel Interferers," in *52nd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, USA, pp. 1841-1845, Oct. 2018.
- [67] A. Ashikhmin, L. Li, and T. L. Marzetta, "Interference Reduction in Multi-Cell Massive MIMO Systems With Large-Scale Fading Precoding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 64, no. 9, pp. 6340–6361, 2018.
- [68] A. Adhikary, A. Ashikhmin, and T. L. Marzetta, "Uplink Interference Reduction in Large-Scale Antenna Systems," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 65, no. 5, pp. 2194–2206, May 2017.
- [69] L. Sanguinetti, E. Björnson, and J. Hoydis, "Toward Massive MIMO 2.0 : Understanding Spatial Correlation, Interference Suppression, and Pilot Contamination," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 68, no. 1, pp. 232–257, 2020.
- [70] B. Wang, Y. Chang, and D. Yang, "On the SINR in Massive MIMO Networks with MMSE Receivers," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 18, no. 11, pp. 1979–1982, Nov. 2014.
- [71] G. F. Pivaro, S. Kumar, G. Fraidenraich, and C. F. Dias, "On the Exact and Approximate Eigenvalue Distribution for Sum of Wishart Matrices," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 66, no. 11, pp. 10 537–10 541, Nov. 2017.
- [72] A. Tulino and S. Verdú, *Random Matrix Theory and Wireless Communications*. Foundations and Trends in Commun. and Info. Theory., 2004.
- [73] S. Kumar, "Eigenvalue Statistics for the Sum of Two Complex Wishart Matrices," *Europhysics Letters*, vol. 107, no. 6, p. 60002, Sep. 2014.
- [74] P. Li, D. Paul, R. Narasimhan, and J. Cioffi, "On the Distribution of SINR for the MMSE MIMO Receiver and Performance Analysis," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 1, pp. 271–286, Jan. 2006.
- [75] A. Shah and A. M. Haimovich, "Performance Analysis of Optimum Combining in Wireless Communications with Rayleigh Fading and Cochannel Interference," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 46, no. 4, pp. 473–479, Apr. 1998.

---

# Liste des publications

Les travaux présentés dans cette thèse ont donné lieu aux publications suivantes :

## 1. Articles des journaux internationaux

- \* **W. Abid, S. Roy, and M. L. Ammari "Uplink Performance Analysis for Massive MIMO Linear Processing", *IEEE Access*, vol. 7, pp. 180749–180760, Dec. 2019.**
- \* **W. Abid, S. Roy, and M. L. Ammari "Uplink SINR and Rate Analysis in Massive MIMO Systems with Two-Layer Linear Receiver", soumise dans *IEEE Transactions on Vehicular Technology*.**

## 2. Articles de conférences internationales

- \* **W. Abid, S. Roy and M. L. Ammari " Analysis for Massive MIMO Systems with Two-Layer Linear Receive Processing" 16th Canadian Workshop on Information Theory (CWIT), Hamilton, ON, Canada, June 2019.**
- \* **W. Abid, S. Roy and M. L. Ammari " Multi-Layer Linear Processing for Uplink Massive MIMO Systems in the Presence of Unequal-Power Co-Channel Interferers" 52nd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA, USA, Oct. 2018, pp. 1841-1845.**
- \* **W. Abid, S. Roy, M. L. Ammari and H. Fu "Two-Layer Linear Processing for Uplink Massive MIMO Systems in the Presence of Co-Channel Interferers", 14th International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob). Limassol, Chypre, Oct. 2018.**